

# Vereinfachte Fließzonentheorie

"... erst recht nicht  
nach diesem Vortrag"

*(O.T. Bruhns, ca. 1988)*

Hartwig Hübel, FH Lausitz  
zum 60. Geburtstag von O.T. Bruhns

# Vorläufer: Zarka-Methode

VFZT beruht auf der Zarka-Methode

näherungsweise Berechnung plastischer Strukturen

bei monotoner oder zyklischer Belastung

# Situation vor 20 Jahren

Veröffentlichung mehrerer beispielhafter Anwendungen durch Zarka (mon. + zykl. Plastizieren):

- unglaublich gute Ergebnisqualität (Näherungen fast exakt)
- bei sehr geringem Berechnungsaufwand (wenige lin. elast. A.)

aber: Methode unverständlich

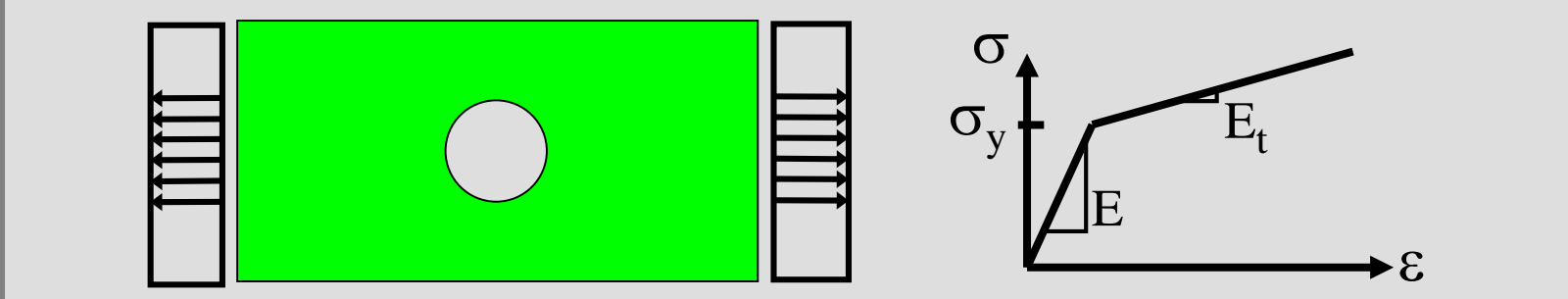
- keine vollständige Beschreibung
- heuristisch motivierte Annahmen
- "...erst recht nicht nach diesem Vortrag" (O.T.Bruhns)

Dilemma:

- anscheinend enormes Potential zur Lösung elastisch-plastischer Probleme (z.B. in der Kerntechnik)
- erscheint aber irgendwie suspekt

# Lochscheibe

*eigenes* Anwendungsbeispiel definiert: Lochscheibe



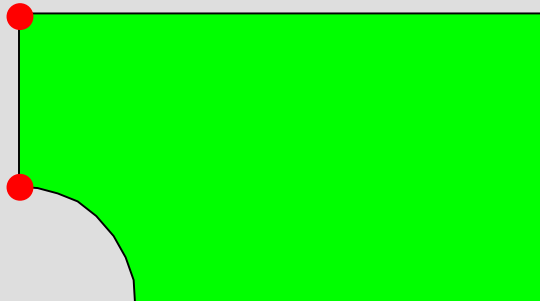
nebst Implementierung der Zarka-Methode durch Zarka in *unser* FE-Programm



Ergebnis: max. Axialdehnung = 0,46% (exakte FZT)

Zarka: 0,00 ... 3,99%

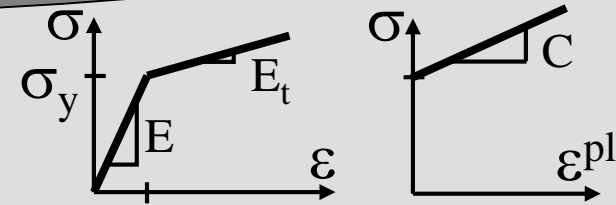
Zarka: 0,76 ... 1,29%



⇒ Zarka-Methode quantitativ und qualitativ unzuverlässig

# äquivalente Umformulierung der exakten FZT

- hier:
- 1-achsiger Spannungszustand
  - bilineares  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm (kinem. Verfest.)
  - monotone Belastung



Art der Analyse	in $V_p$	in $V_e (=V-V_p)$	Belast.
exakte FZT (el-pl)	$\varepsilon^{\text{el-pl}} = \sigma^{\text{el-pl}}/E + \xi/C$	$\varepsilon^{\text{el-pl}} = \sigma^{\text{el-pl}}/E$	ja
fiktiv elast. (f.el)	$\varepsilon^{\text{f.el}} = \sigma^{\text{f.el}}/E$	$\varepsilon^{\text{f.el}} = \sigma^{\text{f.el}}/E$	ja
Differenz	$\underbrace{\varepsilon^{\text{el-pl}} - \varepsilon^{\text{f.el}}}_{\varepsilon^*} = \underbrace{(\sigma^{\text{el-pl}} - \sigma^{\text{f.el}})}_{\rho} / E + \underbrace{\xi}_{\xi^{\text{def}} = \rho + Y} / C$	$\underbrace{\varepsilon^{\text{el-pl}} - \varepsilon^{\text{f.el}}}_{\varepsilon^*} = \underbrace{(\sigma^{\text{el-pl}} - \sigma^{\text{f.el}})}_{\rho} / E$	nein
modif. elast. ( <b>meA</b> )	$\Rightarrow \varepsilon^* = \rho \cdot (1/E^*) + \varepsilon_0$ mit $1/E^* = 1/E + 1/C$ und $\varepsilon_0 = Y/C$	$\Rightarrow \varepsilon^* = \rho \cdot (1/E)$	Anf. dehn. $\varepsilon_0$ in $V_p$

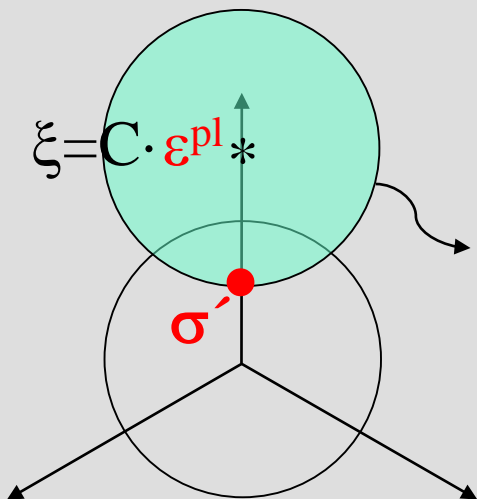
→ Ermittlung der Restspannungen möglich durch 1 meA mit modif. elast. Materialdaten ( $E^*$ ) und modif. Belastung ( $\varepsilon_0$ ), sofern  $V_p$  und  $Y$  bekannt

→ Idee der Zarka-Methode: **Abschätzung** von  $V_p$  sowie  $Y$

# Abschätzung von $Y$

- hier:
- 1-achsiger Spannungszustand
  - bilineares  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm (kinem. Verfest.)
  - monotone Belastung

$\sigma'$  - Raum:



$\sigma'$  ist unbekannt und nicht gut abschätzbar, weil auch  $\xi$  (bzw.  $\varepsilon^{pl}$ ) unbekannt

umformulieren

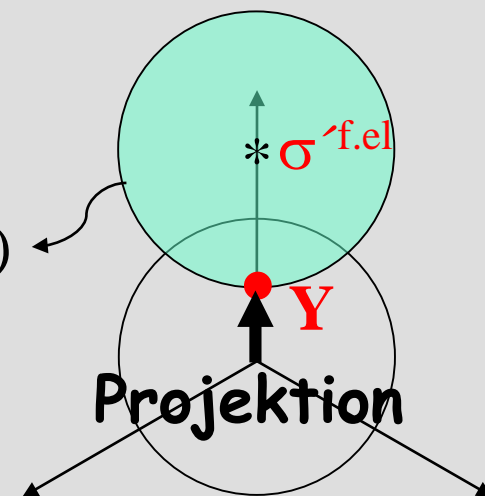
$$Y \stackrel{\text{def}}{=} \xi - \underbrace{(\sigma' - \sigma'^{\text{f.el}})}_{\rho'}$$

Mises-Fließbedingung:

$$f(\sigma', \xi, \sigma_y)$$

$$f(Y, \sigma'^{\text{f.el}}, \sigma_y)$$

$Y$  - Raum:



$Y$  ist zwar unbekannt, aber **gut abschätzbar**, weil  $\sigma'^{\text{f.el}}$  bekannt; es genügt **lokale** Betrachtung!

**VFZT: spezielle Details der Abschätzung, Verbesserung, Erweiterung, Spezialisierung der Zarka-Methode**

# Berechnungsablauf

fiktiv elastische Analyse (f.el) des max. Belastungszustandes

$\sigma^{f.el}$

schätze die Ausdehnung der Fließzone  $V_p$

$V_p$

schätze die TIV  $Y$  ab

$Y$

modifiziere Belastung:

tatsächliche Belast.  $\rightarrow$  Anf.dehn.  $\varepsilon_0$

modifiziere elastische Parameter:

$E, \nu \rightarrow E^*, \nu^*$

modifizierte elastische Analyse (meA)

$\rho$

elastisch-plastische Lösung durch **Superposition**, z.B.  $\sigma^{el-pl} = \sigma^{f.el} + \rho$

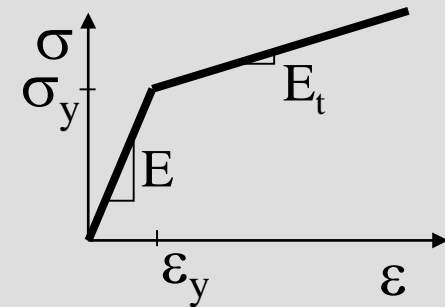
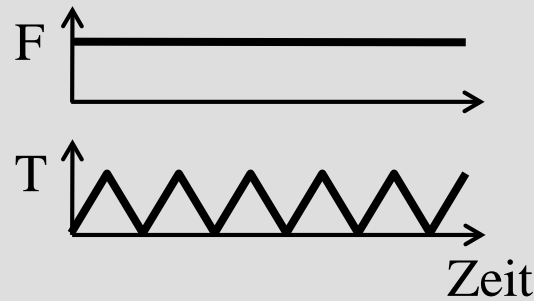
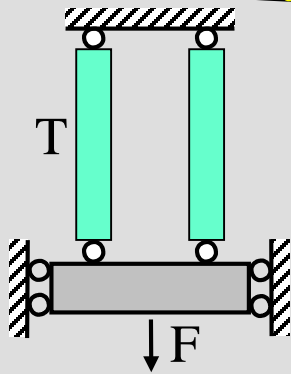
$\sigma^{el-pl}$ ,  
 $\varepsilon^{el-pl}$ ,  
Verform.  
usw.

iterative Verbesserung von  $V_p$  und  $Y$

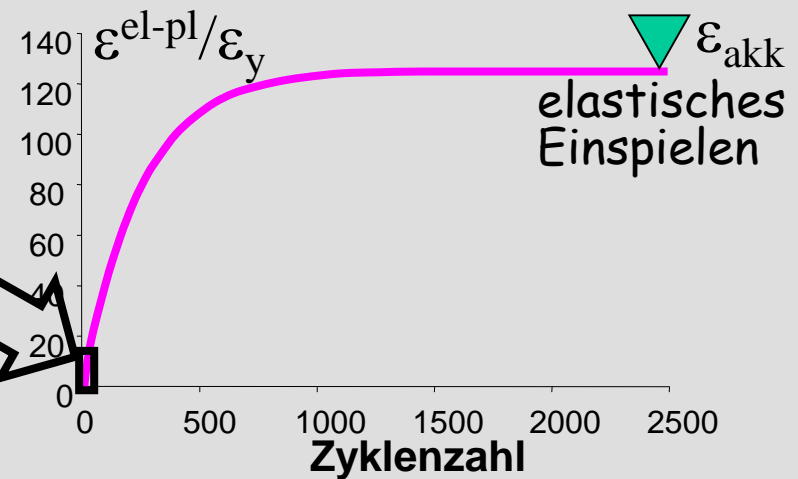
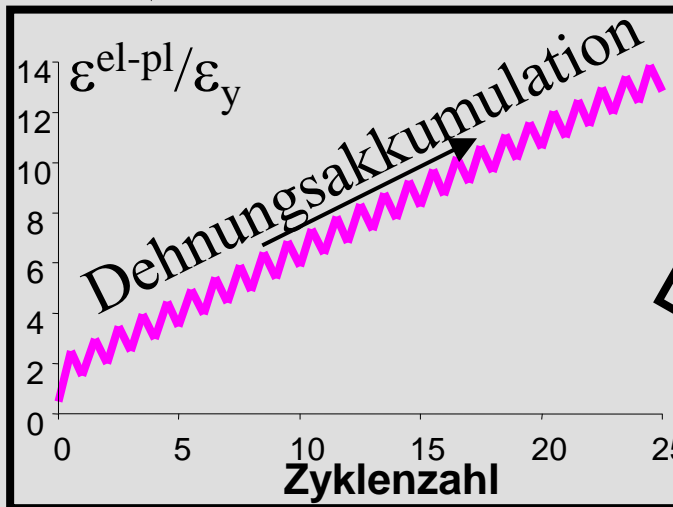
erforderlicher numerischer Aufwand:

- $\rightarrow$  wenige lineare Analysen (fiktiv elastisch und modifiziert elastisch)
- $\rightarrow$  lokale Berechnungen

# Beispiel: Zweistab-Modell



exakte  
FZT:



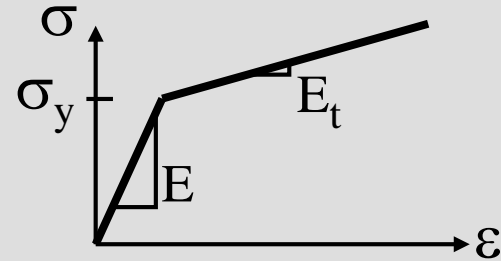
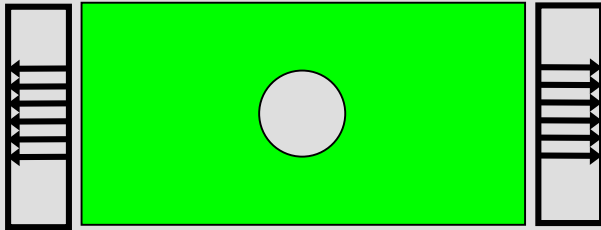
Ergebnis VFZT:  $\sigma$ ,  $\epsilon_{akk}$ , ... im Einspielzustand  $\equiv$  exakte FZT

Berechnungsaufwand für Einspielzustand:

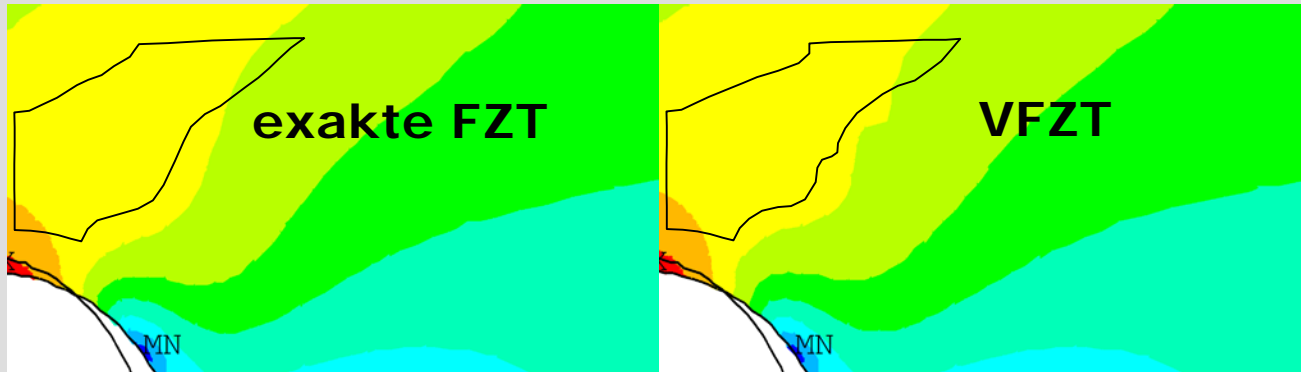
- bei exakter FZT: 1000 Zyklen \* 10 Lastschritte \* 5 Iterationen  
~ ca. 50 000 linear elast. Analysen
- bei VFZT: 2 f.el. + 2 meA = 4 linear elast. Analysen



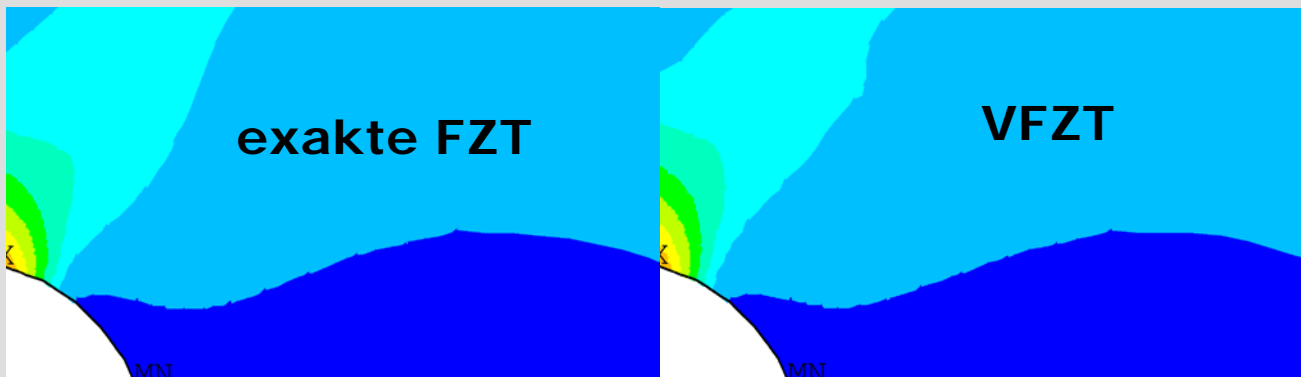
# Beispiel: Lochscheibe



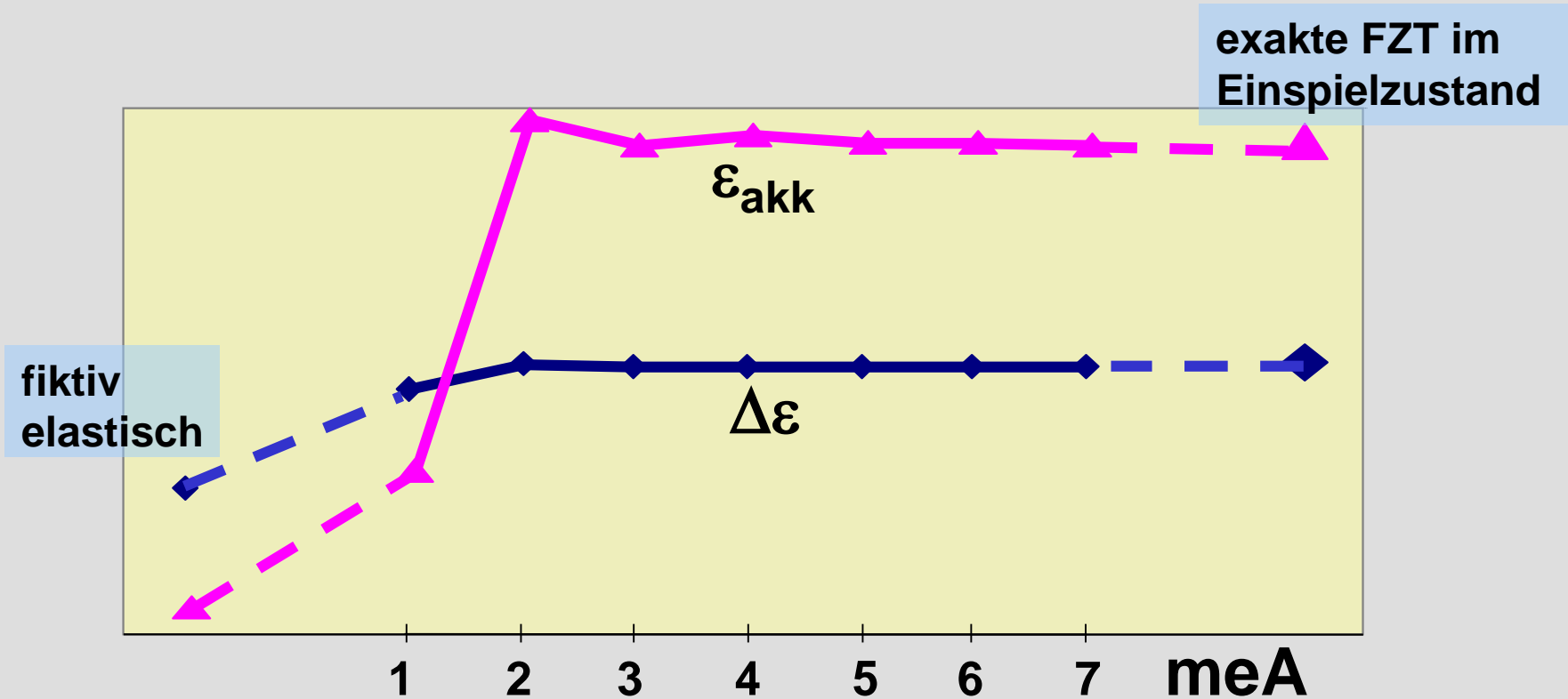
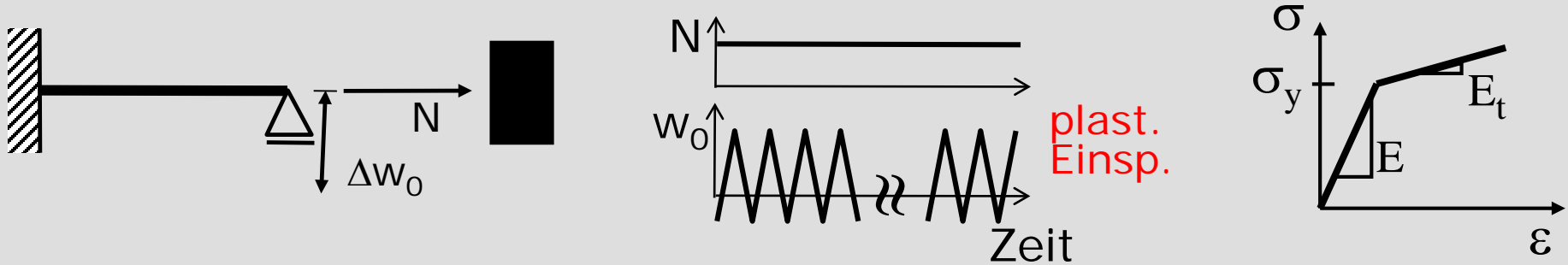
Verform.  
+  
Mises-  
Vglssp.



axiale  
Dehnung



# Beispiel: Balken unter $N$ , $\Delta w_0$



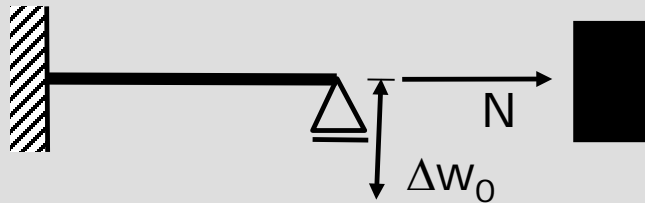
# Beispiel: Balken unter $N$ , $\Delta w_0$

akkumulierte Dehnungen  $\varepsilon_{\text{akk}}$ :

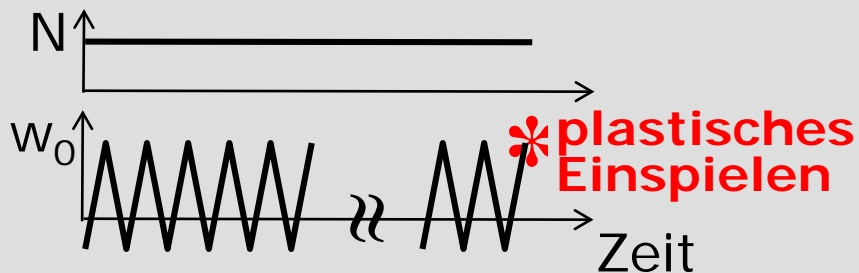
VFZT:

fiktiv  
elastisch

1 meA



2 meA



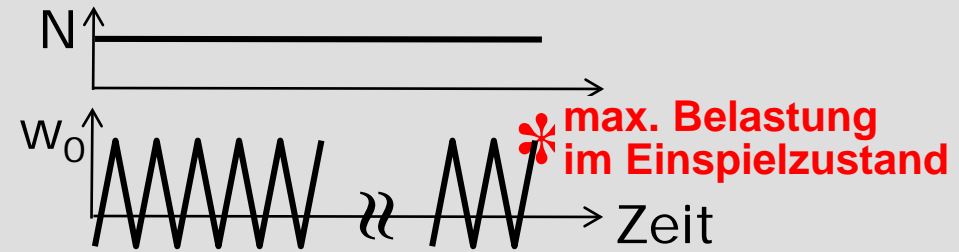
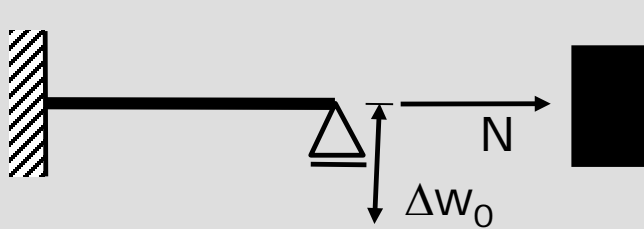
3 meA

4 meA

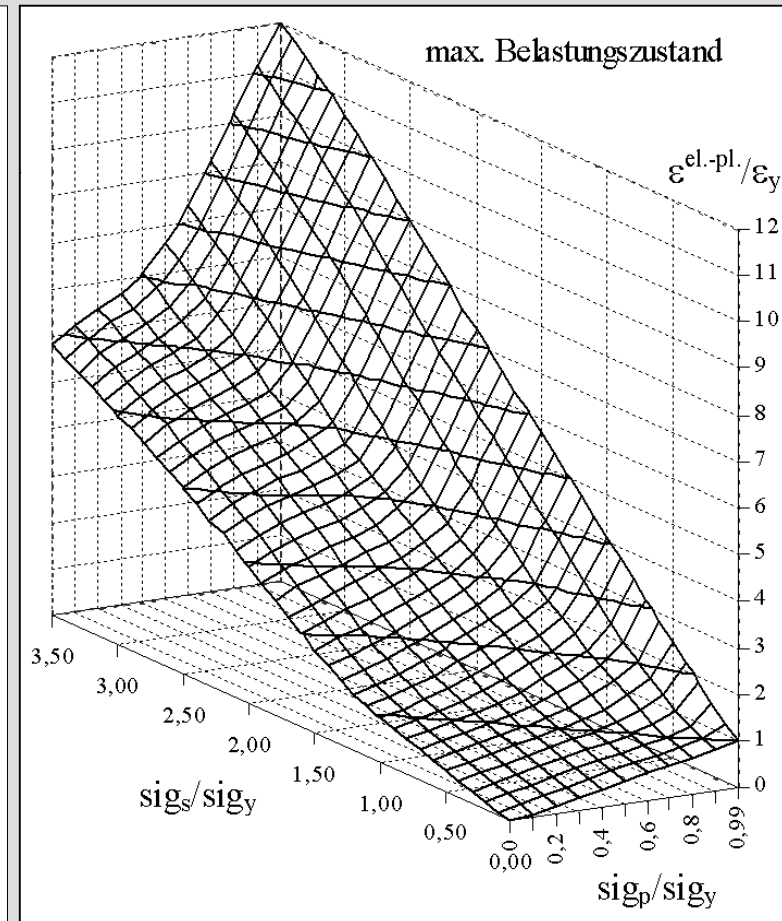
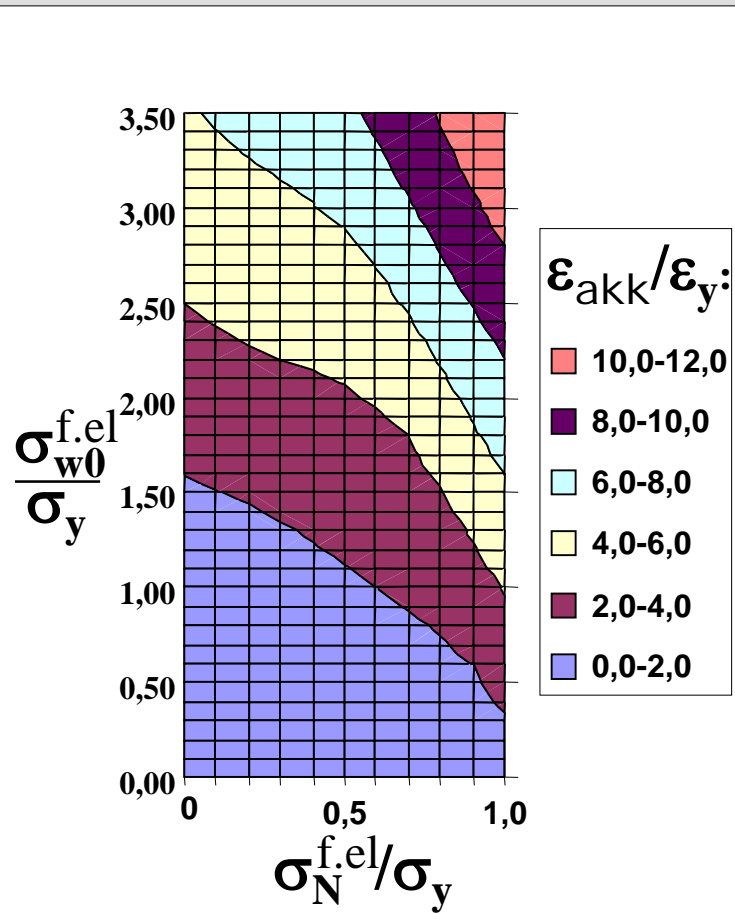
exakte FZT:  
15 Zyklen

5 meA

# Ratcheting-Interaktions-Diagramm



akkumulierte  
Dehnungen



# Zusammenfassung

die VFZT ist eine durch die FHL vorgenommene Weiterentwicklung der Zarka-Methode

dient der vereinfachten Berechnung plastischer Beanspruchungen

ist vor allem geeignet für Ermüdungs- ( $\Delta\varepsilon$ ) und Ratcheting- ( $\varepsilon_{akk}$ )  
Nachweise bei zyklischer Belastung

ist in ANSYS implementiert

Beispielrechnungen zeigen:

- gute Näherung an exakte Lösung
- bei geringem Berechnungsaufwand (wenige linear elast. Analysen)

**"... erst recht nicht nach  
diesem Vortrag"**

***O.T. Bruhns, 27.09.2002 ??***