

Schnelle Laufzeitberechnung für die Schallausbreitung in inhomogenen Strömungen

Ennes Sarradj

Lehrstuhl Technische Akustik, Brandenburgische Technische Universität Cottbus-Senftenberg

03046 Cottbus, Deutschland, Email: ennes.sarradj@tu-cottbus.de

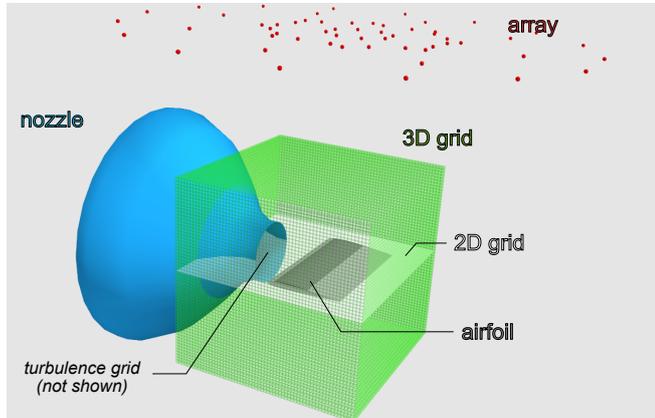


Abbildung 1: Typischer Anwendungsfall: zweidimensionales (weiss) oder dreidimensionales Gitter (grün) zur Kartierung von Schallquellen an einem Tragflügelprofil im Freistrah-Windkanal mit Hilfe eines Mikrofonarrays (rot)

Einleitung

Für die Anwendung von Mikrofonarray-Methoden zur Charakterisierung von Schallquellen ist es notwendig, die Laufzeit von M Orten potentieller Schallquellen zu N Mikrofonorten zu bestimmen. Für den Fall, dass die Schallausbreitung durch ein Gebiet mit einer inhomogenen Strömung wie beispielsweise Scherschichten erfolgt, kann es erforderlich sein, deren Einfluss auf die Laufzeit zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck ist die Berechnung von $N \cdot M$ einzelnen Laufzeiten notwendig. Abbildung 1 zeigt einen typischen Anwendungsfall, bei dem die Schallerzeugung an einem Tragflügelprofil in einem aeroakustischen Freistrah-Windkanal untersucht werden soll. Dabei kann entweder eine zweidimensionale Kartierung (im Beispiel ist dann $M = 3721$) oder eine dreidimensionale Kartierung mit deutlichem höherem M (im Beispiel 226981) erstellt werden [1]. Die Zahl der Mikrofone liegt dabei regelmäßig in der Größenordnung zwischen etwa 50 und 200 (im Beispiel: 56). Für das dargestellte Beispiel sind somit etwa $2 \cdot 10^5$ (2D) bzw. $13 \cdot 10^6$ (3D) Laufzeiten zu berechnen. Diese hohen Anzahlen erfordern ein schnelles Verfahren zur Berechnung.

Verfahren

Generell bieten sich im interessierenden Fall drei Möglichkeiten zur Berechnung der Laufzeiten an. Eine Möglichkeit ist das von Amiet [2] vorgestellte Verfahren, beim dem die Schallbrechung an einer dünnen Scherschicht einfacher Geometrie, wie beispielsweise einer Ebene oder einem Zylindermantel berücksichtigt werden kann. Allerdings ist die Berücksichtigung beliebiger Strömungsfelder

(beispielsweise dicke Scherschichten bei einem Freistrah oder in Strömungsrichtung gekrümmte Scherschichten) mit diesem Verfahren nicht möglich. Eine zweite Option zur Berechnung der Laufzeiten ist der Einsatz eines geeigneten CFD-Verfahrens, bei dem die Schallausbreitung mit berechnet werden kann. In diesem Fall wäre die Einbeziehung beliebiger Strömungsfelder ohne weiteres möglich, jedoch ist eine solche Berechnung zu aufwändig, als dass sie für jeden potentiellen Quellpunkt innerhalb vertretbarer Zeit durchgeführt werden könnte.

Eine dritte Option bietet die Verfolgung eines „Schallstrahls“ innerhalb eines Strömungsfeldes an. In einer Approximation für hohe Frequenzen wird ein Schallstrahl in einem inhomogenen Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ und bei einer (ortsabhängigen) Schallgeschwindigkeit des Mediums $c(\mathbf{x})$ durch das Differentialgleichungssystem [3]

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \frac{cs_i(t)}{|\mathbf{s}(\mathbf{x}, t)|} + v_i(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

$$\frac{ds_i(\mathbf{x}(t), t)}{dt} = |\mathbf{s}(\mathbf{x}, t)| \frac{\partial c}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^3 s_j(\mathbf{x}, t) \frac{\partial v_j(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} \quad (2)$$

beschrieben. Dabei ist $\mathbf{x}(t)$ der Strahlverlauf, $\mathbf{n}(\mathbf{x}, t)$ der Einheits-Normalenvektor auf der Wellenfront und $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mathbf{n}(\mathbf{x}, t)}{c + \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}, t)}$ die „wave slowness“.

Für die vorliegende Berechnungsaufgabe soll davon ausgegangen werden, dass eine Zeitabhängigkeit des Geschwindigkeitsfelds vernachlässigt werden kann und mit den mittleren, ortsabhängigen Geschwindigkeiten gerechnet wird. Außerdem kann die Schallgeschwindigkeit in diesem Fall als ortsunabhängig angesehen werden. Damit vereinfacht sich das Differentialgleichungssystem etwas. Zur Lösung der Aufgabe muss nun ein Strahl von einem Quellort $\mathbf{x}(t_0)$ zu einem Aufpunkt (Mikrofon) $\mathbf{x}(t_E)$ gefunden werden. t_E stellt dann die gesuchte Laufzeit dar. Die so gestellte Randwertaufgabe kann mit einem Schießverfahren gelöst werden. Dabei wird für einen von $\mathbf{x}(t_0)$ ausgehenden Strahl iterativ die Startrichtung so lange angepasst, bis dieser Strahl auch durch $\mathbf{x}(t_E)$ geht bzw. einen nur sehr kleinen Abstand zu diesem Punkt hat.

Zur Implementierung dieses Verfahrens wurde zur Integration des Differentialgleichungssystems ein implizites Adams-Verfahren und zur Minimierung des Abstandes zwischen Strahl und Aufpunkt wegen der auftretenden numerischen Fehler ein ableitungsfreies Nelder-Mead-Verfahren eingesetzt. Im vorliegenden Beispielfall müssen etwa 200 Strahlen verfolgt werden, um die Laufzeit für ein Paar aus Quell- und Aufpunkt zu finden. Eine solche Berechnung dauert etwa 1 s, so dass für den 3D-Fall immerhin etwa 4 Monate benötigt werden würden.

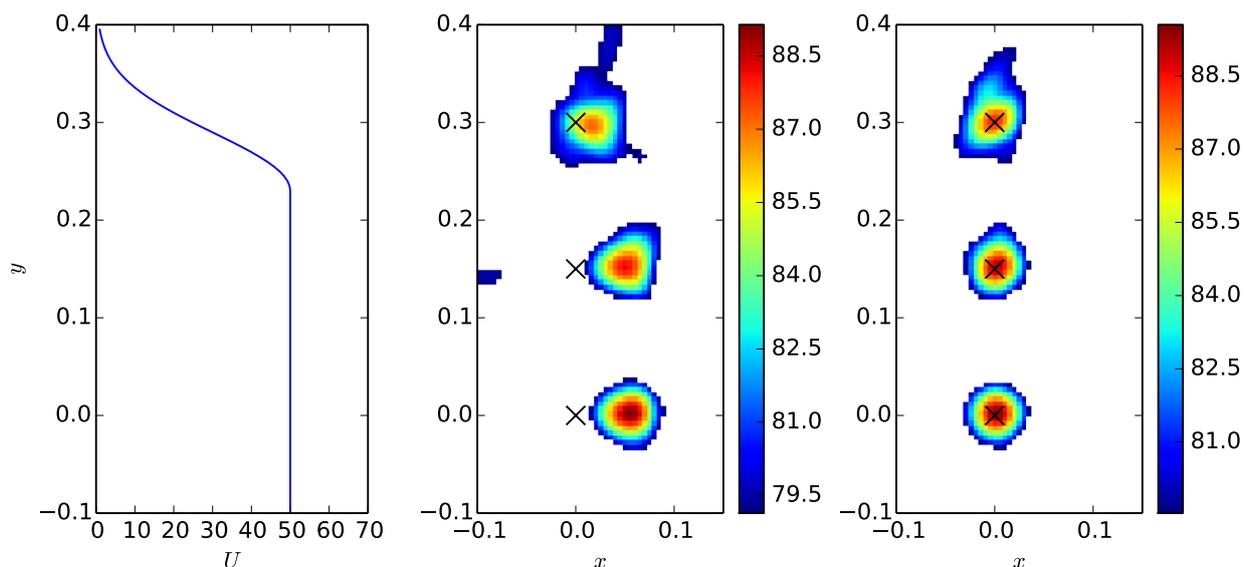


Abbildung 2: Anwendungsbeispiel: drei Punktquellen im Freistrah (56 Mikrofone, Apertur 1,5 m, Entfernung zu Quellen 0,6 m, runder Freistrah \varnothing 0,6 m mit Achse bei $y = 0$, Quellen 0,7 m von Düse entfernt; links: Strömungsprofil, Mitte: ohne, rechts: mit Korrektur des Scherschichteneinflusses, x bezeichnet die korrekte Position der Quellen

Das ist für die praktische Anwendung kaum akzeptabel. Ein Ansatz zur Beschleunigung des Verfahrens ist, statt wie beim Schießverfahren einen einzelnen Strahl gleich ein ganzes Bündel von Strahlen von einer Quelle ausgehend zu verfolgen. Entlang der Strahlen ist die Laufzeit in Abhängigkeit vom Ort bekannt und kann für ausgewählte Punkte entlang des Strahls angegeben werden. Diese Punkte bilden ein Punktgitter, über das mit einer dreidimensionalen Delaunay-Triangulation ein Netz aus Tetraederzellen konstruiert werden kann. Innerhalb der Zellen des Netzes lassen sich nun die Laufzeiten linear interpolieren und somit kann für jeden Ort innerhalb des Netzes ein Näherungswert für die Schalllaufzeit von der Quelle ermittelt werden. Wird dafür gesorgt, dass alle interessierenden Aufpunkte (d.h. alle Mikrofone) innerhalb des Netzes liegen, lassen sich so auf einen Schlag sämtliche interessierenden Laufzeiten ausgehend von einer Quelle berechnen. Wird diese Prozedur M -mal wiederholt, dauert die Berechnung für den 3D-Fall nur noch etwa 50 Stunden.

Eine weitere Beschleunigung kann erreicht werden, wenn die Laufzeiten „rückwärts“, also ausgehend von den Mikrofon-Aufpunkten ermittelt werden. Das Vorgehen dazu ist dasselbe wie zuvor, nur dass in diesem Fall auch die Zeit rückwärts laufend betrachtet werden muss. Dazu genügt es, das Vorzeichen von $v_i(\mathbf{x})$ und $\frac{\partial v_i(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i}$ umzudrehen. Da nun das Verfahren nur noch N -mal ausgeführt werden muss, ergibt sich eine Verringerung der Gesamtberechnungszeit auf etwa 1-2 min auch für den 3D-Fall.

Anwendungsbeispiel

Die Anwendung des Verfahrens auf drei Punktquellen in einem Freistrah mit dicker Scherschicht zeigt Abbildung 2. Dazu wurden das Geschwindigkeitsfeld und die notwendigen örtlichen Ableitungen dieses Feldes aus einer

analytischen Näherung [4] für Freistrahlen mit rundem Querschnitt generiert. Die drei Quellen befinden sich auf einer Ebene in der Mitte des Freistrahls. Während zwei der Quellen im Kernbereich des Freistrahls positioniert sind, liegt die dritte innerhalb der Scherschicht.

Bei der Anwendung eines einfachen Beamforming-Verfahrens zeigt sich, dass ohne eine Korrektur des Scherschichteneinflusses bei der Charakterisierung der Punktquellen deutliche Fehler entstehen, die auch von der Lage der Punktschallquellen in der Strömung abhängen. Dabei werden sowohl die Lage als auch die Stärke der Schallquellen falsch eingeschätzt. Wird das hier beschriebene Verfahren eingesetzt, treten diese Fehler nicht auf und Lage und Stärke der Quellen sind korrekt.

Literatur

- [1] Geyer, T., Sarradj, E., Giesler, J.: Application of a beamforming technique to the measurement of airfoil leading edge noise. *Advances in Acoustics and Vibration* 2012, <http://dx.doi.org/10.1155/2012/905461>
- [2] Amiet, R.K.: Correction of open jet wind tunnel measurements for shear layer refraction. *AIAA Paper No. 75-532*, 1975
- [3] Pierce, A.: *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, Woodbury, NY, 1989
- [4] Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A., Rouse, H.: Diffusion of submerged jets. *Transaction of the American Society of Civil Engineers*. Vol. 115, S. 639ff Paper 2409. 1950