

# Siedlungswasserwirtschaft und Umwelt

# R. KOCH, TH. KOCH, J. KRANAWETTREISER, M. SANDER

# Messungen strömungsimmanenter Frequenzen in

# Rohrströmungen

Cottbus 2006

Herausgeber: Lehrstuhl Wassertechnik und Siedlungswasserbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. R. Koch

ISBN 3-934294-18-9

Herausgeber: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. R. Koch Lehrstuhl Wassertechnik und Siedlungswasserbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus

Vertrieb: Eigenverlag des Lehrstuhls Wassertechnik und Siedlungswasserbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus Siemens-Halske-Ring 8 03046 Cottbus Tel.: 0049-355-69-4302 Fax: 0049-355-69-3025 e-mail: wassertechnik@tu-cottbus.de

> Alle Rechte vorbehalten. Wiedergabe nur mit Genehmigung des Lehrstuhls Wassertechnik und Siedlungswasserbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus, Siemens-Halske-Ring 8, 03046 Cottbus

> > Cottbus 2006

ISBN 3-934294-18-9

# VORWORT

Strömungsvorgänge sind untrennbar mit Schwingungserscheinungen und somit mit Frequenzen verbunden. Exemplarisch wurden u. a. die Schwingungserscheinungen an unterströmten Wehren und die Stabilität der Plattengrenzschicht auf der Basis der BÜNGER-Thoerie durch die Arbeiten von J. KRANAWETTREISER verifiziert.

Auf der Basis bisheriger Ergebnisse ist festzustellen, dass die auftretenden Frequenzen für die Durchdringung bislang nur unzureichend beschriebener Strömungsvorgängen (z.B. Absetzvorgänge bei der Röhrensedimentation oder Güteprobleme bei der Filtration) sehr gut geeignet sind.

Der vorliegenden Bericht vervollständigt die Arbeiten von J. KRANAWETTREISER dahingehend, dass der messtechnischen Nachweis der theoretisch von BÜNGER prognostizierten, strömungsimmanenten Frequenzen, der Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung, erbracht wird. Hierfür wurden die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in Druckrohrleitungen mit einem Flügelradanemometer und einen Laser-Doppler-Anemometer vermessen und einer Frequenzanalyse unterzogen.

Die experimentelle Durchführung und Auswertung der Messungen erfolgte im Rahmen einer Diplomarbeit im Hydrolabor Schleusingen der Bauhausuniversität Weimar und am Lehrstuhl Wassertechnik / Siedlungswasserbau der BTU Cottbus durch Herrn M. SANDER.

Th. Koch

Wiss. Mitarbeiter LS Wassertechnik / Siedlungswasserbau

Cottbus, September 2006

# INHALTSVERZEICHNIS

1	Ein	ILEITUNG	1
	1.1	Einführung in die Problemstellung	1
	1.2	Ziel der Arbeit	3
2	Hy	drodynamische Grundlagen	4
	2.1	Vorbemerkung	4
	2.2	Laminare und turbulente Strömungen	4
	2.2.1	Unterschiede laminarer und turbulenter Rohrströmungen	6
	2.3	Turbulente Rohrströmung	11
	2.3.1	Fließgesetz für technisch glatte Rohre (nach Blasius)	12
	2.3.2	2 Turbulente Fließbewegung nach Prandtl	14
	2.4	Rohrrauheit	16
	2.4.1	l Hydraulisch glattes Verhalten	18
	2.4.2	2 Hydraulisch raues Verhalten	19
	2.4.3	3 Verhalten im Übergangsbereich	20
3	Gr	undlagen der Frequenzanalyse	21
	3.1	Vorbemerkung	21
	3.2	Darstellungsformen der Fourier-Reihe	21
	3.3	Berechnung der Fourier-Koeffizienten	23
	3.4	(DFT) Diskrete Fourier-Transformation	24
	3.5	FFT (Fast Fourier-Transformation)	
	3.6	Anwendung der DFT/FFT	27
	3.6.1	Periodenasynchrone Abtastung und Fensterung	27
	3.6.2	2 Lattenzauneffekt	29
	3.6.3	3 Zero padding	29
	3.7	Lomb-Scargle-Periodogramm Algorithmus	
4	Ext	PERIMENTELLE VERSUCHSAUFBAUTEN	

	4.1	Vorbemerkung	
	4.2	Versuchsaufbau 1	
	4.2.1	Messprinzip des Flügelradanemo	meters
	4.2.2	2 Messgerät Clima Air 3	
	4.2.3	Digitalwandler DI-194	
	4.2.4	UPM 100	
	4.2.5	SpectraLab	
	4.3	Versuchsaufbau 2	
	4.3.1	Messprinzip des Laser-Doppler-A	Anemometers
5	VEI	RSUCHSDURCHFÜHRUNG	
	5.1	Messungen mittels Flügelradanemo	meter
	5.1.1	Versuchsreihe 1 - Messungen in o	der Rohrleitung DN15046
	5.1.2	2 Versuchsreihe 2 - Messungen in o	der Rohrleitung DN10048
	5.	1.2.1 Aufnahme der turbulenten	Geschwindigkeitsschwankungen48
	5.	1.2.2 Transformation in den Freq	uenzbereich57
	5.1.3	Versuchsreihe 3 - Aufnahme stat	istischer Messreihen58
	5.2	Messungen mittels Laser-Doppler-A	Anemometer
	5.2.1	Versuchsreihe 4 - Messungen in o	der Rohrleitung DN10059
6	Aus	WERTUNG UND INTERPRETATION D	er Messwerte64
	6.1	Vorbemerkung	
	6.2	Versuchsreihe 1 - Messungen in der	Rohrleitung DN15064
	6.3	Versuchsreihe 2 - Messungen in der	Rohrleitung DN10065
	6.3.1	Punktuelle Messungen in Rohrac	hse65
	6.	3.1.1 Eigenfrequenz der Strömun	g65
	6.	3.1.2 Erregerfrequenz der Strömu	ing79
	6.3.2	Punktuelle Messungen an der St	elle "Rohrachse + yB <sub>mB</sub> "82
	6.	3.2.1 Eigenfrequenz der Strömun	g82
	6.	3.2.2 Erregerfrequenz der Strömu	ing90
	6.4	Versuchsreihe 3 - Aufnahme statisti	scher Messreihen91

(	5.5 Y	Versuchsreihe 4 - LDA Messungen in der Rohrleitung DN100	96
	6.5.1	Aufnahme der Geschwindigkeitsprofile	96
	6.5.2	Untersuchung der Zeitreihen auf dominante Frequenzen	99
6	5.6 2	Zusammenfassung der Messergebnisse	104
7	ZUSA	AMMENFASSUNG UND AUSBLICK	105
7	7.1 2	Zusammenfassung	105
7	7.2	Ausblick	106
8	Abbi	LDUNGSVERZEICHNIS	108
9	TABE	ELLENVERZEICHNIS	111
10	Syme	BOLVERZEICHNIS	112
11	LITE	RATURVERZEICHNIS	116
12	ANL	AGENVERZEICHNIS	119
An	LAGEN.		120

## 1 EINLEITUNG

### **1.1 EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG**

Als Schwingung wird ein Vorgang bezeichnet, bei dem eine physikalische Größe eine Funktion der Zeit ist und sich in bestimmten Zeitabständen ähnliche Merkmale dieser Bewegungsgröße wiederholen [Wi 00]. Der Mensch nimmt Schwingungen in unterschiedlichsten Formen wahr. Beispiele hierfür sind die visuelle Wahrnehmung von Lichtwellen, die akustische Aufnahme von Tönen oder sensorisch wahrnehmbare Vibrationen. In der Praxis äußern sich Schwingungen häufig durch Resonanzphänomene. Dabei regt eine, häufig von außen angreifende, Schwingung mit ihrer Erregerfrequenz ein schwingungsfähiges System zum Schwingen an. Das mechanische System schwingt nach Anregung mit seiner Eigenfrequenz. Nehmen Erreger- und Eigenfrequenz gleiche Werte an oder ganzzahlige Vielfache so spricht man von Resonanz. Dabei kann sich die Schwingung des Systems um ein Vielfaches der Erregeramplitude aufschaukeln und zur so genannten Resonanzkatastrophe führen. Solche Resonanzkatastrophen ereigneten sich nachweislich beim Einsturz der Tacoma-Narrows-Brücke (1940) oder der Hängebrücke von Angers (1850) [Wi 06].

Schwingungen treten auch in Strömungen auf, dabei ist die bekannteste auch technisch genutzte Schwingung die KARMAN'sche Wirbelstraße [Ma 00]. Die sich hinter einem, in der Strömung befindenden, Körper ablösenden Wirbel beschreiben hierbei eine Frequenz die in weiten Strömungsbereichen der Fließgeschwindigkeit proportional ist. Mit Einführung der STROUHALzahl Sr ergibt sich die in Gleichung (1.1) dargestellte Beziehung.

$$Sr = \frac{f_{Sr} \cdot L}{v} \tag{1.1}$$

Erfasst man also die Wirbelablösefrequenz  $f_{sr}$ , kann bei vorhandener STROUHALzahl und zu definierender charakteristischer Länge L auf die vorhandene Strömungsgeschwindigkeit geschlossen werden. Technische Anwendung findet die KARMAN'sche Wirbelstraße in Form von Wirbeldurchflussmessgeräten.

Darüber hinaus treten nach einer Theorie von BÜNGER im Zusammenhang mit

Strömungen weitere Frequenzen auf. Für ein beliebiges Medium ergeben sich im Zusammenhang mit Strömungsvorgängen, unter Verwendung der kinematische Viskosität v, der mittleren Strömungsgeschwindigkeit v und dem hydraulischen Radius  $r_{hy}$  die folgenden drei Frequenzen [Kr 86].

• Die Eigenfrequenz der Strömung:

$$\mathbf{f}_{\mathrm{E}} = \frac{\mathbf{V}}{2 \cdot \mathbf{r}_{\mathrm{hy}}} \tag{1.2}$$

• Die Erregerfrequenz der Strömung:

$$f_{R} = \frac{g}{2 \cdot v}$$
(1.3)

• Die Eigenfrequenz des Fluides:

$$f_F = \frac{v^2}{2 \cdot v} \tag{1.4}$$

Nach BÜNGER lässt sich jede beliebige, dimensionslose Ähnlichkeitskennzahl durch das Verhältnis zweier Frequenzen darstellen. So stellt das Verhältnis von Eigenfrequenz und Erregerfrequenz der Strömung die FROUDEzahl dar (vgl. Gleichung 1.5). Als hydraulische Kennzahl gibt sie für den Wert 1 den Übergang zwischen Strömen und Schießen an.

$$\frac{f_E}{f_R} = \frac{\mathbf{v}}{2r_{hy}} \cdot \frac{2\mathbf{v}}{g} = \frac{\mathbf{v}^2}{g \cdot r_{hy}} = Fr^2$$
(1.5)

Bezieht man die Eigenfrequenz des Fluides auf die Eigenfrequenz der Strömung lässt sich auch die REYNOLDSzahl als Verhältnis zweier Frequenzen beschreiben (vgl. Gleichung 1.6).

$$\frac{f_F}{f_E} = \frac{\mathbf{v}^2}{2\nu} \cdot \frac{2r_{hy}}{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v} \cdot r_{hy}}{\nu} = \operatorname{Re}$$
(1.6)

Für die Bestimmung jeder weiteren hydraulischen Kennzahl muss eine weitere Frequenz eingeführt werden. So benötigt man zum Beispiel zur Beschreibung der STROUHALzahl, wie in Gleichung 1.7 verdeutlicht, die Einführung der Frequenz der Fremderregung  $f_{FR}$ .

$$Sr = \frac{r_{hy}}{\mathbf{v} \cdot t} = \frac{2 \cdot r_{hy}}{\mathbf{v}} \cdot \frac{1}{2t} = \frac{1}{f_E} \cdot f_{FR}$$
(1.7)

#### **1.2 ZIEL DER ARBEIT**

Die von BÜNGER beschriebenen Frequenzen stellen nicht nur rein rechnerische Größen dar, sondern sie lassen sich messtechnisch nachweisen und haben daher auch Auswirkungen auf Strömungsvorgänge [Kr 86]. Durch die Auswertung von Literaturstellen wurde das Auftreten von Eigenfrequenz und Erregerfrequenz der Strömung bereits bestätigt [Kr 89]. Darüber hinaus existieren hydraulische Berechnungsverfahren, die das Auftreten der BÜNGER-Frequenzen, oft in Verbindung mit Resonanzphänomenen voraussetzen. So kann nach KRANAWETTREISER die minimal erreichbare Ablaufkonzentration eines Absetzbeckens durch die Annahme eines Resonanzfalles zwischen Eigenfrequenz der Schichtung fs und der Erregerfrequenz der Strömung fE berechnet werden [Ma 00]. Ein weiteres Beispiel für das Auftreten der BÜNGER-Frequenzen lässt sich bei der Betrachtung von Flussbettverformungen finden. So kann durch den Resonanzfall von Erreger- und Eigenfrequenz der Strömung, die Abhängigkeit gemessener Flussbettverformungen und Wirbellängen von der FROUDEzahl theoretisch nachgewiesen werden. Darüber hinaus ist es möglich, bei Kenntnis der mittleren Strömungsgeschwindigkeit v und Frequenz f einer Strömung, nach Gleichung 1.8, Rückschlüsse auf die Längsausdehnung von Wirbelelementen zu ziehen [Ma 00].

$$L_0 = \frac{\mathbf{v}}{f},\tag{1.8}$$

Die aufgeführten Beispiele zeigen, dass Frequenzbetrachtungen im Rahmen von Strömungsprozessen eine wesentliche Rolle spielen. Bisher stützen sich die Kenntnisse über die BÜNGER-Frequenzen allerdings hauptsächlich auf theoretische Überlegungen. Die vorliegende Arbeit soll diese Lücke, durch den messtechnischen Nachweis der BÜNGER-Frequenzen in turbulenten Rohrströmungen, schließen. Dabei sollen die PVC-Geschwindigkeitsschwankungen in einer turbulent durchströmten bzw. Acrylrohrleitung mit einem Flügelradanemometer sowie einem Laser-DopplerAnemometer aufgezeichnet und mit Hilfe der FOURIER-Analyse aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert werden. Für die Transformation der gewonnenen Zeitreihen der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in den Frequenzbereich steht das Programms FlexPro 7.0 zur Verfügung. Die Ergebnisse der Messungen sollen in eine vergleichende Betrachtung der beiden Messprinzipien münden und Optimierungsmöglichkeiten der experimentellen Erfassung von strömungsimmanenten Frequenzen aufzeigen.

## 2 HYDRODYNAMISCHE GRUNDLAGEN

#### 2.1 VORBEMERKUNG

Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über die für die durchgeführten Untersuchungen wesentlichen, theoretischen Grundlagen und Begrifflichkeiten der Hydrodynamik. Das Augenmerk richtet sich hierbei auf die Beschreibung von turbulenten Fließvorgängen.

#### 2.2 LAMINARE UND TURBULENTE STRÖMUNGEN

In der Hydrodynamik werden grundsätzlich zwei Strömungszustände voneinander unterschieden. Osborne REYNOLDS zeigte 1883 durch Farbmarkierungsversuche den Unterschied zwischen einer laminaren und einer turbulenten Rohrströmung. Im ersten Fall zeigt ein markierter Stromfaden bei sehr geringen Strömungsgeschwindigkeiten die Form eines scharf begrenzten Fadens. Die Flüssigkeitsteilchen bewegen sich parallel auf von einander getrennten Bahnen. Jedes Flüssigkeitsteilchen teilt die Geschwindigkeitsrichtung der Hauptströmung. Bei Erhöhung der Geschwindigkeit stellte REYNOLDS eine Aus- und Ablenkung bis hin zur völligen Verwirbelung des Stromfadens fest. Es kommt zur Vermischung der Flüssigkeitsschichten und die Flüssigkeitsteilchen bewegen sich nun auf regellosen Bahnen. An einem festen Ort haben die in zeitlicher Abfolge durchdringenden Flüssigkeitsteilchen unterschiedliche, von der Hauptströmungsrichtung abweichende, Geschwindigkeitsrichtungen. Dieser Zustand des chaotischen "Durcheinanderwirbelns" von Teilchen wird als turbulente Strömung bezeichnet. Sie ist also durch Querbewegungen von Flüssigkeitsteilchen, die die Hauptströmungsrichtung überlagern, gekennzeichnet.



Bild 2.1: Geschwindigkeitsschwankungen einer turbulenten Strömung, aus [Bo 00]
Bild 2.1 zeigt die, an einem Punkt gemessenen, turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen über der Zeit. Es leiten sich folgende Größen ab:

Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t<sub>x</sub>:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{v}' \tag{2.1}$$

In Gleichung (2.1) stellt v' die Schwankungskomponente um den zeitlichen Mittelwert der Geschwindigkeit dar.

• Mittelwert der Geschwindigkeit:

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{v} \cdot dt \tag{2.2}$$

Setzt man Gleichung (2.1) in Gleichung (2.2) ein, so zeigt sich dass:

$$\overline{\mathbf{v}'} = \mathbf{0} \tag{2.3}$$

Die Turbulenz stellt also eine zeitabhängige Flüssigkeitsbewegung dar, die bei Betrachtung der zeitlichen Mittelwerte der Geschwindigkeit zeitinvariant wird. In der Praxis wird der zeitliche Mittelwert der turbulenten Strömungsgeschwindigkeit in der Regel mit v bezeichnet. Diese Nomenklatur wird auch, sofern nicht ausdrücklich gekennzeichnet, in dieser Arbeit verwendet.

# 2.2.1 UNTERSCHIEDE LAMINARER UND TURBULENTER Rohrströmungen

Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, bewegen sich die Flüssigkeitsschichten in einer laminaren Strömung mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten entlang der Strömungslinien aneinander vorbei. Diese Bewegung ist stets mit einem Molekülaustausch infolge von Diffusion der benachbarten Schichten verbunden, der einen geringen Widerstand gegen das gegenseitige Verschieben von Flüssigkeitsteilchen hervorruft. Diese Eigenschaft einer Flüssigkeit wird als Viskosität oder innere Reibung bezeichnet. Das nachfolgende Bild 2.2 verdeutlicht diesen Sachverhalt.



Bild 2.2: Modell zu Ableitung der Viskosität, aus [Bo 00]

Es werden zwei parallele Flächen innerhalb einer sich bewegenden Flüssigkeit betrachtet. Die untere Fläche ist durch die Fließgeschwindigkeit v gekennzeichnet, sie befindet sich im differentiellen Abstand dn zur darüber liegenden Fläche mit der Geschwindigkeit v + dv. Um den Geschwindigkeitsunterschied dv entgegen der durch Viskosität hervorgerufenen Widerstandskraft aufrecht zu erhalten, müssen in beiden Flächen entgegengesetzt gerichtete Kräfte wirken. Die Widerstandskraft infolge Viskosität ist der Fläche A sowie den Geschwindigkeitsgradienten dv/dn proportional.

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dn} \tag{2.4}$$

Der NEWTONsche Ansatz für die Schubspannung einer zähen Flüssigkeit ergibt sich durch Division der Fläche A.

$$\tau = \frac{F}{A} = \eta \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dn} \tag{2.5}$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\eta$  bezeichnet die dynamische Viskosität [ $P_{a \cdot s}$ ]. Wird  $\eta$  auf

die Dichte  $\rho$  bezogen, ergibt sich die kinematische Viskosität v  $[m^2/s]$ . In laminaren Strömungen gilt der NEWTONsche Reibungsansatz [Bo 00].

Schubspannung und somit die irreversibel in Wärme umgewandelte Energie (hydraulische Verlustenergie) sind direkt proportional zur Strömungsgeschwindigkeit. Wesentlich anders verhalten sich turbulente Strömungen. Als Ursache der Schubspannung wirkt hier nicht mehr der Molekülaustausch sondern makroskopische Flüssigkeitsmengen (Turbulenzballen) die quer zur Hauptströmungsrichtung versetzt werden.



Bild 2.3: Modell zur Ableitung der turbulenten Schubspannung, aus [Bo 00]

Durch die in Bild 2.3 dargestellte Fläche dA soll ein Turbulenzballen mit der momentanen Geschwindigkeit v in einem beliebigen Winkel  $\alpha$  treten. [Bo 00] gibt für diese Situation einen momentanen Massenstrom von  $d\dot{m} = \rho \cdot v \cdot dA \cdot \sin \alpha$  und einen momentanen Impulsstrom von  $d\dot{I} = d\dot{m} \cdot v = \rho \cdot v^2 \cdot dA \cdot \sin \alpha$  an. Der Impulsstrom  $d\dot{I}$  ist einer momentan auf die Umgebung ausgeübten Kraft identisch. Seine Komponente in Strömungsrichtung s ergibt sich zu:

$$d\dot{F}_s = d\dot{I} \cdot \cos\alpha = \rho \cdot v^2 \cdot dA \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \tag{2.6}$$

Mit den richtungsabhängigen Komponenten der Geschwindigkeit  $v_s = v \cdot \cos \alpha$  und  $v_n = v \cdot \sin \alpha$  ergibt sich die Kraftkomponente zu:

$$d\dot{F}_s = \rho \cdot \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_n \cdot dA \tag{2.7}$$

Diese Kraft wirkt parallel zur Fläche dA, ist also eine Schubkraft. Die momentane Schubspannung ergibt sich bei Division durch das differentielle Flächenelement dA.

$$\tau = \frac{d\dot{F}_s}{dA} = \rho \cdot \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_n \tag{2.8}$$

Das zeitliche Mittel der turbulenten Schubspannung berechnet sich nach Gleichung 2.9.

$$\tau = \rho \cdot \overline{\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_n} \tag{2.9}$$

Für die Geschwindigkeit in Raumrichtung s gilt  $\mathbf{v}_s = \overline{\mathbf{v}_s} + \mathbf{v}'_s$ . Für die Raumrichtung n ist das zeitliche Mittel Null, da durch den Mantel der Stromröhre keine Flüssigkeit abströmen kann. Es gilt  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}'_n$  und folglich:

$$\tau = \rho \cdot \overline{\left(\overline{\mathbf{v}_{s}} + \mathbf{v}_{s}^{'}\right)} \cdot \overline{\mathbf{v}_{n}} = \rho \cdot \overline{\overline{\mathbf{v}_{s}}} \cdot \overline{\mathbf{v}_{n}} + \rho \cdot \overline{\mathbf{v}_{s}^{'}} \cdot \overline{\mathbf{v}_{n}}$$
(2.10)

Unter Beachtung der Gleichung (2.3) folgt:

$$\rho \cdot \overline{\overline{\mathbf{v}_s} \cdot \mathbf{v}_n} = \rho \cdot \overline{\mathbf{v}_s} \cdot \overline{\mathbf{v}_n} = 0 \tag{2.11}$$

So ergibt sich die Schubspannung infolge Turbulenz nach [Bo 00] zu:

$$\tau = \rho \cdot \overline{\mathbf{v}'_s \cdot \mathbf{v}'_n} \tag{2.12}$$

Sie ist direkt proportional zum zeitlichen Mittelwert des Produktes der Komponenten der Schwankungsgeschwindigkeit in Fließrichtung und quer zur Fließrichtung. Als Proportionalitätsfaktor dient die Dichte des strömenden Mediums. Des Weiteren wird der Quotient aus  $\tau/\rho$  betrachtet. Er besitzt die Dimension des Quadrates einer Geschwindigkeit und folgert die Definition der Schubspannungsgeschwindigkeit.

$$\mathbf{v}^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \sqrt{\mathbf{v}_s' \cdot \mathbf{v}_n'} \tag{2.13}$$

Die Komponenten der Schwankungsgeschwindigkeiten korrelieren mit ihren Vorzeichen gleichsinnig, so dass  $\overline{v'_s \cdot v'_n} \neq 0$  gilt.

Es ist also festzustellen, dass die Schubspannung im Turbulenzfall dem Quadrat einer Geschwindigkeit proportional ist. Dementsprechend ist auch die hydraulische Verlustenergie dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional. Zusammenfassend kann formuliert werden:

> "Bei laminarer Strömung ist die hydraulische Verlustenergie der Flißsgeschwindigkeit oder dem Durchfluss direkt proportional (lineares Widerstandsgesetz), bei Turbulenz ist sie proportional dem Quadrat der Fließgeschwindigkeit oder des Durchflusses (quadratisches Widerstandgesetz)." [Bo 00]

Eine Folge der Querströmungen bei Turbulenz ist die gegenseitige Beeinflussung der Strömungsgeschwindigkeit in den benachbarten Flüssigkeitsschichten, so wird eine langsamere Schicht durch das Eindringen von schnelleren Turbulenzballen beschleunigt und umgekehrt. Über dem Fließquerschnitt tritt hierdurch eine Vergleichmäßigung der Fließgeschwindigkeit auf, dessen Konsequenz eine Abflachung des Geschwindigkeitsprofils gegenüber dem laminaren Geschwindigkeitsprofil ist (vgl. Bild 2.4).



Bild 2.4: Geschwindigkeitsprofile laminarer und turbulenter Strömung, aus [Bo 00]

Bild 2.4 impliziert, dass an der Wand Kohäsionskräfte wirken und so die Geschwindigkeit zu Null wird (Haftbedingung). Des Weiteren kann das Verhältnis von mittlerer zu maximaler Geschwindigkeit gebildet werden.

$$\beta = \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}_{\max}} \tag{2.14}$$

Dieses Verhältnis ist bei turbulenter Strömung stets größer als bei laminarer Strömung und liegt zwischen  $\beta = 0.8$  und 0.87. Für laminare Strömung liegt  $\beta$  bei 0,5. Als rechnerisches Kriterium zur Unterscheidung der beiden Strömungsarten wird die REYNOLDSzahl Re herangezogen. Als dimensionslose Kennzahl ermöglicht sie einen Vergleich der wirkenden Trägheitskräfte und Reibungskräfte [Bo 05]. REYNOLDS konnte zeigen, dass eine laminare Strömung umso stabiler ist, je größer die Reibungskräfte im Vergleich zu den wirkenden Trägheitskräften einer Strömung sind.

$$F_T = m \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} \tag{2.15}$$

$$F_{R} = \tau \cdot A = \eta \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dn} \cdot A \tag{2.16}$$

Die Dimensionsbetrachtung beider Kräfte liefert:

$$\dim F_T = \rho \cdot L^4 \cdot T^{-2} \quad \text{und} \quad \dim F_R = \eta \cdot L^2 \cdot T^{-1} \tag{2.17}$$

Mit  $v = \eta / \rho$  ergibt sich für die Dimension des Verhältnisses aus Trägheits- und Reibungskraft:

$$\dim\left(\frac{F_T}{F_R}\right) = 1 = \frac{\rho}{\eta} \cdot L^2 \cdot T^{-1} = \frac{1}{\nu} \cdot L^2 \cdot T^{-1}$$
(2.18)

Bei Wahl der Dimension einer Geschwindigkeit  $v = L \cdot T^{-1}$  und einer Länge *L*, stellt sich die REYNOLDSzahl wie folgt dar:

$$\operatorname{Re} = \frac{\mathbf{v} \cdot L}{\nu} \tag{2.19}$$

Wählt man für Rohrleitungen den Durchmesser d als hydraulische Länge und die mittlere Fließgeschwindigkeit v, so ergibt sich die kritische REYNOLDSzahl unterhalb derer sich eine stabile laminare Strömung einstellt zu 2320.

$$\operatorname{Re}_{krit(Rohr)} = \frac{\nabla \cdot d}{\nu} = 2320 \tag{2.20}$$

Laminare Strömungen können bis zu Re = 50.000 auftreten. Allerdings gilt dies nur für beruhigte Strömungen, bei denen schon geringe Störungen einen Umschlag ins turbulente Fließverhalten bewirken. Nur unterhalb der kritischen REYNOLDSzahl kehrt sich eine turbulente Strömung in eine laminare Strömung um [Bo 00].

#### 2.3 **TURBULENTE ROHRSTRÖMUNG**

Im folgenden Abschnitt sollen die in 2.1 dargelegten Ausführungen zur turbulenten Strömung erweitert und auf die Strömung in Rohrleitungen bezogen werden. Die der Hauptströmung überlagerten Querbewegungen rufen einen höheren Energieverlust hervor als im Falle einer laminaren Strömung. Die hydraulischen Verluste sind Folge der Verwirbelungen von Flüssigkeitsteilchen. Diese, auch als Turbulenzballen bezeichneten, Flüssigkeitsteilchen makroskopischer Größe entstehen in den immer vorhandenen Unregelmäßigkeiten der Rohrwand [Bo 00]. Das Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Rohrströmung ist wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, gegenüber dem Geschwindigkeitsprofil laminarer Rohrströmungen deutlich abgeflacht (vgl. Bild 2.4). Die Geschwindigkeit ist gleichmäßiger über dem Rohrquerschnitt verteilt und fällt erst in Wandnähe auf den Wert Null (Haftbedingung). In der Region direkt an der Rohrwand existiert eine viskose Unterschicht, in der nach [Ha 79] der Einfluss der Turbulenz gering ist und die Strömung größtenteils von der Viskosität des Fluides beeinflusst ist. Die Quantifizierung des Energieverlustes entlang einer Rohrleitung erfolgt über die Formel:

$$h_{\rm v} = h_{\rm r} + \sum h_{\rm v, \ddot{o}} \tag{2.21}$$

 $h_r$  bezeichnet die Verlusthöhe infolge der Reibung entlang einer Rohrleitung und  $h_{v,\delta}$  die Verlusthöhe infolge lokaler Störungen. DARCY und WEISBACH leiteten die Gleichung für die Reibungsverlusthöhe entlang eine Druckrohrleitung ab:

$$h_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\mathbf{v}^2}{2g} \tag{2.22}$$

Der Term v<sup>2</sup>/2g ist in der Hydraulik allgemein als Geschwindigkeitshöhe bekannt, l

bezeichnet die Rohrleitungslänge und d den Durchmesser der Rohrleitung. Der dimensionslose Beiwert  $\lambda$  wird mit der Definition der Wandschubspannung

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \cdot \rho \cdot v^2 \tag{2.23}$$

eingeführt und als Widerstandsbeiwert bezeichnet. Er ist ein Maß der äußeren und inneren Reibung und daher von der hydraulischen Rauheit k, der kinematischen Viskosität v bzw. der REYNOLDSzahl abhängig.  $\lambda$  variiert in Abhängigkeit des vorhandenen Strömungsregimes. Im laminaren Bereich erfolgt eine mathematische exakte Beschreibung durch die Beziehung

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \tag{2.24}$$

Für die Berechnung von  $\lambda$  im turbulenten Bereich existieren halbempirische Beziehungen auf die im Folgenden eingegangen werden soll.

#### 2.3.1 FLIEßGESETZ FÜR TECHNISCH GLATTE ROHRE (NACH BLASIUS)

Unter technisch glatten Rohren versteht man in der Praxis beispielsweise nahtlos gezogene Kupfer- und Messingrohre sowie Glas- oder Acrylrohre. Für diese Art von Rohren wurden mehrere empirische Formeln für den Widerstandsbeiwert  $\lambda$  aufgestellt, wie u.a. die von BLASIUS aufgestellte Beziehung (vgl. [Bo 00]):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt[4]{100 \cdot \text{Re}}} = \frac{0.316}{\text{Re}^{1/4}} \,. \tag{2.25}$$

Diese Formel ist in ihrer Anwendung bis zu einer REYNOLDSzahl von 10<sup>5</sup> beschränkt und gilt nur für ideal glatte Rohre. Im Bereich höherer REYNOLDSzahlen treten deutlich höhere Reibungsverluste auf.

Setzt man Gleichung (2.25) in Gleichung (2.23) ein, so erhält man unter Beachtung von Gleichung (2.13) im Wandbereich und einiger Umformungen das 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung bei turbulenter Rohrströmung:

$$\frac{\mathbf{v}(\mathbf{y})}{\mathbf{v}_{\max}} = \left(1 - \frac{\mathbf{y}}{r}\right)^{1/7}.$$
(2.26)



Bild 2.5: 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung, nach [Bo 00]

Die mittlere Geschwindigkeit nach dem 1/7-Potenzgesetz berechnet sich zu

$$v = 0.817 \cdot v_{max}$$
 (2.27)

β nimmt also den Wert 0,817 gegenüber 0,5 bei laminarem Fließen (siehe 2.2.1) an. Die Entfernung von der Rohrachse, in der die mittlere Geschwindigkeit auftritt, lässt sich mit  $v=0,817 \cdot v_{max}$  aus dem 1/7-Potenzgesetz zu  $y_m = 0,758 \cdot r$  berechnen, was einem Wandabstand von 0,242 · r entspricht (Bild 2.5). Die Gültigkeit des Gesetzes beschränkt sich ebenfalls auf REYNOLDSzahlen bis 10<sup>5</sup>. Für höhere Werte von Re ergeben sich nach ECK [Bo 00] kleinere Exponenten als 1/7, eine Übersicht der Exponenten in Abhängigkeit von Re und die sich daraus ergebenen β-Werte gibt Tabelle 2.1. Die in dieser Arbeit berechneten maximalen Geschwindigkeiten (siehe Kapitel 6) richten sich nach den in Tabelle 2.1 angegebenen β-Werten.

Tabelle 2.1: Exponenten des Potenzgesetzes nach ECK und zugehörige β-Werte

Re [-]	Exponent	β
bis 4,5*10 <sup>4</sup>	1/7	0,817
bis 2*10 <sup>5</sup>	1/8	0,837
bis 6,4*10 <sup>5</sup>	1/9	0,853

#### 2.3.2 TURBULENTE FLIEßBEWEGUNG NACH PRANDTL

Die Gleichung (2.12) soll nun derart verändert werden, dass die Koordinate in Strömungsrichtung s die Koordinate x in Hauptströmungsrichtung der Rohrleitung kennzeichnet. Analog dazu wird die Koordinate n quer zur Hauptströmungsrichtung im Falle der Rohrleitung als y-Koordinate bezeichnet. Gleichung (2.12) verändert sich dementsprechend zu

$$\tau = \rho \cdot \overline{\mathbf{v}'_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{v}'_{\mathbf{y}}} \,. \tag{2.28}$$

Die Gesamtschubspannung in turbulenten Rohrströmungen besitzt nach [Bo 00] ebenfalls einen Schubspannungsanteil infolge der Viskosität. Dieser Anteil kann aber in guter Näherung vernachlässigt werden. Die Gleichung (2.28) ist aufgrund der schwer erfassbaren Geschwindigkeitsschwankungen in dieser Form nicht auszuwerten. Daher führte PRANDTL seine als "Mischungswegansatz" bekannte Theorie ein, um die Geschwindigkeitsschwankungen in den Bereich der mittleren Axialgeschwindigkeiten zu transformieren.



Bild 2.6: PRANDTLscher Mischungswegansatz, nach [Bo 00]

In der Entfernung y von der Rohrachse hat ein Flüssigkeitsteilchen die Geschwindigkeit  $\overline{\mathbf{v}_{x(y)}}$ , ein Teilchen mit der Entfernung  $y - l_p$  ( $l_p$  bezeichnet den PRANDTLschen Mischungsweg) von der Rohrachse besitzt die Geschwindigkeit  $\overline{\mathbf{v}_{x(y-l_p)}}$  (Bild 2.6). Gelangt ein Teilchen aus der Region  $y - l_p$  in die Schicht y, so ist dies mit einer Geschwindigkeitserhöhung  $\underline{\Delta}_{+} \overline{\mathbf{v}_{x}}$  verbunden.

Im entgegengesetzten Fall der Fluidvermengung aus der Schicht  $y+l_p$  in die Schicht ytritt eine Verringerung der Geschwindigkeit  $\Delta \overline{v_x}$  auf. Die Geschwindigkeitsänderungen sind wie folgt quantifizierbar:

$$\Delta_{+} \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}} = \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}_{(y-l_{p})} - \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}_{(y)}$$

$$\Delta_{-} \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}} = -\overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}_{(y+l_{p})} + \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}_{(y)}$$
(2.29)

Wird der erste Summand mittels TAYLOR-Reihe zerlegt und nur das Glied erster Ordnung betrachtet, so ergibt sich für die Geschwindigkeitsänderungen

$$\Delta_{+} \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}} = \Delta_{-} \overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}} = -l_{p} \cdot \frac{d\overline{\mathbf{v}_{\mathbf{x}}}_{(y)}}{dy}.$$
(2.30)

Weiterhin wird für die axiale Schwankungsgeschwindigkeit der Schicht y das arithmetische Mittel der Geschwindigkeitsänderungen angenommen. Die radiale Schwankungskomponente tritt in gleicher Größenordnung auf und unterscheidet sich lediglich durch einen Zahlenwert z.

Es gilt:

$$\mathbf{v}_{x}^{'} = \frac{1}{2} \left( \Delta_{+} \overline{\mathbf{v}_{x}} + \Delta_{-} \overline{\mathbf{v}_{x}} \right) = -l_{p} \cdot \frac{d \overline{\mathbf{v}_{x}}_{(y)}}{dy}$$

$$\mathbf{v}_{y}^{'} = z \cdot \mathbf{v}_{x}^{'} = -z \cdot l_{p} \cdot \frac{d \overline{\mathbf{v}_{x}}_{(y)}}{dy}$$
(2.31)

Diese beiden Ansätze können nun in die Gleichung (2.28) eingesetzt werden. Wird z in  $l_p$  einbezogen und  $\overline{v_{x(y)}}$  wieder durch v(y) ersetzt, ergibt sich die "Mischungsformel" die unabhängig von PRANDTL als auch von V. KÁRMÁN abgeleitet wurde.

$$\tau = \rho \cdot l_p^2 \left(\frac{d\mathbf{v}(y)}{dy}\right)^2 \tag{2.32}$$

Mit den Annahmen einer linearen Zunahme des Mischungsweges mit wachsendem Wandabstand und einer gleichmäßigen Verteilung der Wandschubspannung über dem Fließquerschnitt, kann aus der "Mischungsformel" das "universelle logarithmische Geschwindigkeitsgesetz von PRANDTL und v. KÁRMÁN" abgeleitet werden:

$$\mathbf{v}(y) = \frac{\mathbf{v}_0^*}{\chi} \ln\left(\frac{r-y}{y_w}\right). \tag{2.33}$$

Hierin ist  $\chi$  eine Konstante mit dem Wert 0,4 und  $y_w$  ein endlicher Wandabstand der durch die Bestimmung der Integrationskonstanten entsteht. Für y = 0 ergibt sich die Beziehung für die Maximalgeschwindigkeit  $v_{max}$  in Rohrachse. Gleichung (2.33) lässt die Herleitung des Gesetzes für die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung zu. Es lautet:

$$\frac{\mathbf{v}(\mathbf{y})}{\mathbf{v}_{\max}} = 1 + \frac{0,884 \cdot \sqrt{\lambda}}{1 + 1,326 \cdot \sqrt{\lambda}} \cdot \ln\left(1 - \frac{\mathbf{y}}{r}\right)$$
(2.34)

Es ist ersichtlich, dass der Widerstandsbeiwert direkten Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung hat. Setzt man v = 0 und y = r ergibt sich kein Ergebnis. Somit ist die Haftbedingung nicht erfüllt und das Gesetz der logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung gilt erst ab einem endlichen Wandabstand y<sub>w</sub>. Die mittlere Geschwindigkeit tritt beim Abstand  $y_m = 0,777 \cdot r$  von der Rohrachse auf, dies entspricht einem Wandabstand von  $0,223 \cdot r$ . Da der Wandabstand als Unbekannte in die Rechnungen eingeht, ist die Bestimmung von  $\lambda$  von den zu treffenden Annahmen über selbigen abhängig.

#### 2.4 ROHRRAUHEIT

Die Vorstellung einer ideal glatten Rohrwandung geht in der Praxis verloren. Jedes Rohr hat in Abhängigkeit des Rohrmaterials und der Fertigung eine unterschiedlich raue Wand. Zur Erfassung der unterschiedlichen Rauheiten wurde der Wert der absoluten hydraulischen Rauheit k eingeführt. Er stellt einen Mittelwert der regellos auftretenden Rauheitserhebungen dar und ist keine geometrische, sondern nur in hydraulischen Versuchen zu ermittelnde Größe. Da eine (durch eine identische Rauheit charakterisierte) Rohrwand bei unterschiedlichen Durchmessern unterschiedliches Widerstandsverhalten verursacht, wird k auf den lichten Durchmesser d der Rohrleitung bezogen. Das Verhältnis k/d wird als relative hydraulische Rauheit bezeichnet. Der von den Rauheitselementen verursachte hydraulische Widerstand hängt von deren Höhe, Anzahl pro Fläche und Form ab. Darüber hinaus ist es entscheidend welches hydraulische Verhalten sich innerhalb der Rohrleitung ausprägt. Zur Charakterisierung des hydraulischen Verhaltens greift man auf einen Vergleich der Dicke der laminaren Grenzschicht [Bo 00] mit der absoluten Rauheit k zurück. Die Dicke der laminaren Grenzschicht ist nach PRANDTL aus dem 1/7-Potenzgesetz abgeleitet und ergibt sich zu:

$$\delta_{1} = 34, 2 \cdot d \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \operatorname{Re}\right)^{-7/8}.$$
(2.35)

Darüber hinaus werden in [Bo 05] weitere Gleichungen angegeben, die die Dicke der viskosen Schicht aber in Abhängigkeit von  $\lambda$  berechnen. In der Fachliteratur wird anstatt der Begrifflichkeit der laminaren Grenzschicht häufig von einer viskosen Unterschicht gesprochen [Be 02].

Diese Formulierung geht unter anderem auf die Untersuchungen von KLINE [Kl 67] zurück, der mit seinen Visualisierungsversuchen nachweisen konnte, dass die "laminare Grenzschicht" keine zweidimensionale, stetige Schicht ist, sondern dreidimensionale unstetige Bewegungen enthält. Da die Bewegungen dieser Schicht überwiegend durch die Viskosität bestimmt sind soll im Folgenden der Begriff der viskosen Unterschicht verwendet werden. Infolge dessen wird auch der Index 1 der Gleichung (2.35) in v umgewandelt. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Rohrrauheit in der Praxis eine veränderliche Größe ist. Durch Ablagerungen sedimentationsfähigen Materials sowie Korrosion und Inkrustierungen kann die eigentliche Rauheit der Rohrwand überlagert und die hydraulischen Verluste einer Rohrleitung entscheidend erhöht werden. Die Entstehungsmechanismen dieser als Riffelstrukturen bekannten Rauheiten sind noch weitgehend ungeklärt. Diese Riffelstrukturen wurden beispielsweise an der 80 km langen Fernwasserleitung der Eckertalsperre beobachtet [Se 50].

#### 2.4.1 HYDRAULISCH GLATTES VERHALTEN

Das Kriterium für das Auftreten von hydraulisch glattem Verhalten lautet nach [Bo 05]  $\operatorname{Re}(k/d) < 65$ , [Bo 00] gibt als Kriterium  $\delta_v \Box k$  an. Das bedeutet, dass sich die Rauheitserhebungen im Falle hydraulisch glatten Verhaltens vollkommen in der viskosen Unterschicht befinden. Die Schicht wirkt als Schmierschicht. Die in der Rohrleitung hervorgerufenen hydraulischen Verluste werden lediglich durch Vorgänge in der turbulenten Kernzone, nicht aber durch die Rauheit beeinflusst (Bild 2.9).



Bild 2.7: Hydraulisch glattes Verhalten (schematische Darstellung), nach [Bo 05]

Unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen konnte das empirische Widerstandsgesetz nach PRANDTL und KÁRMÁN für den hydraulisch glatten Bereich gefunden werden.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2, 0 \cdot \lg\left(\frac{\operatorname{Re} \cdot \sqrt{\lambda}}{2, 51}\right)$$
(2.36)

Da die Rauheit hier keinen Einfluss aufweist, ist Gleichung (2.36) nur von der REYNOLDSzahl abhängig. Eine explizite Lösung der Gleichung ist in diesem Fall nicht möglich, auf  $\lambda$  ist aber durch Iteration oder mit Hilfe von Arbeitsdiagrammen (z.B.: MOODY - Diagramm) zu schließen. Das Widerstandgesetz nach PRANDTL und KÁRMÁN ist durch mehrere Formeln unterschiedlicher Autoren bestätigt worden, die in ihrer Anwendung allerdings durch bestimmte REYNOLDSzahl-Bereiche beschränkt sind. Folgende Übersicht gibt [Bo 05]:

BLASIUS	NIKURADSE	Hermann	
$\lambda = \frac{1}{\sqrt[4]{100 \cdot \text{Re}}} = \frac{0,316}{\text{Re}^{1/4}}$	$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot \text{Re}^{-0,237}$	$\lambda = 0,0054 + \frac{0,396}{\text{Re}^{0,3}}$	
$2320 < \text{Re} < 10^5$	$10^5 < \text{Re} < 5 \cdot 10^6$	bis Re $\approx 2 \cdot 10^6$	

Tabelle 2.2: Berechnungsgleichungen für  $\lambda$  nach BLASIUS, NIKURADSE und HERMANN, hydraulisch glattes Verhalten

#### 2.4.2 HYDRAULISCH RAUES VERHALTEN

Als Kriterium für hydraulisch raues Verhalten gibt [Bo 05]  $\operatorname{Re}(k/d) > 1300$  an. Wird als Maßstab der Vergleich von absoluter Rauheit und Dicke der viskosen Unterschicht herangezogen so gilt nach [Bo 00]  $\delta_v > k/4$ . In dieser Strömungskonstellation ragen alle Rauheitserhebungen bis in die turbulente Kernzone hinein und sind im Wesentlichen allein für das Widerstandsverhalten maßgebend (Bild 2.8).



Bild 2.8: Hydraulisch raues Verhalten (schematische Darstellung), nach [Bo 05]

Für das hydraulisch raue Verhalten konnte NIKURADSE unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen, die nur von dem Verhältnis k/d abhängige Berechnungsgleichung für  $\lambda$  ableiten (vgl. (2.37)). Im Gegensatz zu Gleichung (2.36) ist sie ohne ein iteratives Lösungsverfahren auswertbar [Bo 00].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \cdot \lg\left(\frac{3,71}{k/d}\right). \tag{2.37}$$

[Bo 05] gibt zusätzlich folgende Formeln zur Berechnung des Widerstandbeiwertes im rauen Bereich an:

Tabelle 2.3: Berechnungsgleichungen für λ nach MOODY und ECK, hydraulisch raues Verhalten

Moody	Еск
$\lambda = 0,0055 + 0,15 \cdot \left(\frac{k}{d}\right)^{1/3}$	$\lambda = \frac{0,25}{\left(\lg\left(3,71\cdot\frac{k}{d}\right)\right)^2}$

#### 2.4.3 VERHALTEN IM ÜBERGANGSBEREICH

Das Verhalten im Übergangsbereich ist dadurch gekennzeichnet, dass einige Spitzen der Rauheitserhebungen aus der viskosen Unterschicht heraus ragen und so ebenfalls Einfluss auf das Widerstandsverhalten ausüben. Der Widerstandsbeiwert ist nach [Bo 00] sowohl von der REYNOLDSzahl Re als auch von der relativen Rauheit k/d abhängig.



Bild 2.9: Hydraulisches Verhalten im Übergangsbereich (schematische Darstellung)

Die den Widerstandsbeiwert beschreibende Beziehung haben COLEBROOK und WITHE durch Superposition der Gesetzte (2.36) und (2.37) gefunden. Daher gilt diese Gleichung nicht ausschließlich für den Übergangsbereich. Für die Annahmen  $k \rightarrow 0$  und  $\text{Re} \rightarrow \infty$ ergeben sich wieder die Gleichungen (2.36) bzw. (2.37).

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2, 0 \cdot \lg\left(\frac{2,51}{\operatorname{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d}{3,71}\right)$$
(2.38)

## **3 GRUNDLAGEN DER FREQUENZANALYSE**

### **3.1 VORBEMERKUNG**

In ingenieurtechnischen Anwendungen ist es häufig notwendig, Informationen über das Frequenzband eines bestimmten Signals zu gewinnen. Dazu ist es erforderlich den Verlauf der jeweiligen physikalischen Größe (z.B. Spannung oder Geschwindigkeit) aus dem Zeitin den Frequenzbereich zu transformieren. Diese Transformation wird allgemein als Frequenzanalyse bezeichnet und hat das Ziel die dominanten Frequenzen eines Signals zu bestimmen. Anwendungen der Frequenzanalyse finden sich vor allem in der Elektro- bzw. Informationstechnik sowie in der Bild- und Signalverarbeitung. Wie in Kapitel 1 erwähnt, werden die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Geschwindigkeitsschwankungen mit Hilfe des Programms FlexPro einer Frequenzanalyse unterzogen um auf die strömungsimmanenten Frequenzen schließen zu können. Dieses Kapitel soll daher dazu dienen, die mathematischen Grundlagen der Frequenzanalyse darzustellen. Grundlage jeder Frequenzanalyse ist die 1822 von FOURIER getroffene Aussage, dass sich eine periodische Funktion durch Superposition harmonischer Schwingungen darstellen lässt. Diese Aufbaufunktionen weisen stets Frequenzen auf, die ganzzahlige Vielfache der Frequenz des Ausgangssignals darstellen. Dieser Grundannahme folgend entstanden Rechenvorschriften, die von verschiedenen Autoren mit unterschiedlichen Nomenklaturen und Indizierungen angegeben werden. Nachfolgende Ausführungen orientieren sich an [Ho 01], der eine Übersicht über die Grundlagen der Frequenzanalyse gibt.

### 3.2 DARSTELLUNGSFORMEN DER FOURIER-REIHE

Nach [Ho 01] stellt die klassische FOURIER-Reihe ein Signal mit der Periodendauer T dar, so dass gilt:

$$x(t) = x(t \pm \ell T); \quad \ell = 1, 2, ...$$
 (3.1)

Der Kehrwert von T ergibt die Grundfrequenz  $f_0$  bzw. die Kreisfrequenz  $\omega_0$ 

$$f_0 = \frac{1}{T} \quad bzw. \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$
 (3.2)

Wird das Signal als gewichtete Summe von Sinus- und Kosinusschwingungen dargestellt ergibt sich folgende Form der FOURIER-Reihe:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t).$$
(3.3)

 $a_n$  und  $b_n$  werden als FOURIER-Koeffizienten bezeichnet. Der Koeffizient  $a_0$  beschreibt den Gleichanteil des Signals und wird über das arithmetische Mittel

$$a_0 = \overline{x} = \frac{1}{T} x(t) dt \tag{3.4}$$

berechnet. Die Reihe (3.3) lässt sich mittels Additionstheorem umformen und mündet in einer zweiten Darstellung der FOURIER-Reihe:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(n\omega_0 t + \varphi_n\right).$$
(3.5)

Dabei werden die FOURIER-Koeffizienten wie folgt in den Koeffizienten  $c_n$  und den Phasenwinkel  $\varphi_n$  umgerechnet:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{3.6}$$

$$\varphi_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right). \tag{3.7}$$

Darüber hinaus kann die Reihe (3.3) unter Verwendung der EULERSCHEN Gleichung

$$e^{jn\omega_0 t} = \cos n\omega_0 t + j\sin n\omega_0 t \tag{3.8}$$

und den aus ihr folgenden Beziehungen:

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2} \left( e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t} \right)$$
(3.9)

$$\sin n\omega_0 t = \frac{1}{2j} \left( e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t} \right)$$
(3.10)

in die komplexe FOURIER-Reihe überführt werden:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega_0 t} .$$
(3.11)

Ersetzt man in einem letzten Schritt den Summationsindex n der zweiten Summe durch –n erhält man unter Berücksichtigung der Bezeichnungen

$$\underline{X}_{0} = a_{0}; \quad \underline{X}_{n} = \frac{a_{n} - jb_{n}}{2}; \quad \underline{X}_{n-1} = \frac{a_{n} + jb_{n}}{2} \quad (n > 0)$$

$$(3.12)$$

die in einer Summe zusammengefasste Form der komplexen FOURIER-Reihe:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{X}_n e^{jn\omega_0 t} .$$
(3.13)

Es ist eine Reihenentwicklung entstanden, die das Signal x durch gewichtete Überlagerung von Exponentialschwingungen (vgl. Gleichung (3.8)) modelliert. Das Signal wird durch die komplexen Koeffizienten  $\underline{X}_n$  für positive und negative n beschrieben. Daher treten in dieser Darstellung auch "negative Frequenzen" auf. Frequenzen können nach Gleichung (3.2) nicht negativ werden. Dieser Sachverhalt verdeutlicht, dass jeweils zwei Glieder existieren ( $\underline{X}_n$  und  $\underline{X}_{n-1}$ ) die Beiträge zu einem Frequenzanteil liefern.

#### **3.3 BERECHNUNG DER FOURIER-KOEFFIZIENTEN**

Für die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten der reellen FOURIER-Reihe gibt [Ho 01] folgende Formeln an:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos n\omega_0 t \, dt \quad und \quad b_n = \int_T x(t) \sin n\omega_0 t \, dt \,. \tag{3.14}$$

Die Vorschrift zur Berechnung der komplexen Koeffizienten lautet nach [Ho 01]:

$$\underline{X}_{n} = \frac{1}{T} \int_{T} x(t) e^{-jn\omega_{0}t} dt.$$
(3.15)

Mit (3.15) steht eine Gleichung zur Verfügung, die es ermöglicht, ein Signal x in den Frequenzbereich zu transformieren. Die Reihenentwicklung (3.13) kann als Rücktransformation angesehen werden. Die beiden Gleichungen ermöglichen so die Frequenzanalyse eines zeitkontinuierlichen, periodischen Signals. In der Praxis ist es aber weitaus häufiger notwendig, zeitdiskrete Signale zu analysieren. Auf den bisher dargestellten Grundlagen aufbauend soll nun kurz der mathematische Weg aufgezeigt werden, der es ermöglicht auch zeitdiskrete, Signale zu analysieren.

### 3.4 (DFT) DISKRETE FOURIER-TRANSFORMATION

Wie im vorhergehenden Abschnitt dargestellt, ist man in der Praxis darauf angewiesen Signale durch einzelne Messwerte zu beschreiben. Das ursprünglich zeitkontinuierliche Signal (z.B. Spannungs- oder Geschwindigkeitsverlauf) wird zu bestimmten Zeitpunkten  $t_x$ gemessen, also durch eine beliebige Anzahl von Messpunkten beschrieben und dadurch zeitdiskret. Die Messwerte werden im Allgemeinen als Abtastwerte bezeichnet. Sind diese Abtastwerte in gleicher zeitlicher Reihenfolge aufgenommen, wird also das Abtastintervall  $\Delta t$  als konstant angenommen, spricht man von einem äquidistanten, zeitdiskreten Signal. Folglich gilt für die Abtastfrequenz:

$$f_A = \frac{1}{\Delta t} \quad bzw. \quad \omega_A = \frac{2\pi}{\Delta t} . \tag{3.16}$$

Die Zeitpunkte der Abtastung sind durch  $k \cdot \Delta t$  (bei ganzzahligem k) gegeben. Durch die Multiplikation des Signals x an der Stelle  $k \cdot \Delta t$  mit dem an diese Stelle verschobenen

DIRAC-Impulses<sup>1</sup>  $\delta(t - k \cdot \Delta t)$ , kann nach [Ho 01] die Gesamtheit aller Abtastwerte als folgende Summe dargestellt werden:

$$x_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - k \cdot \Delta t)$$
(3.17)

Wird Gleichung (3.17) in Gleichung (3.15) eingesetzt erhält man:

$$\underline{X}_{n,A} = \frac{1}{T} \int_{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - k \cdot \Delta t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$
(3.18)

Der Austausch von Summation und Integration, sowie Beachtung der Ausblendeigenschaft des DIRAC-Impulses führt zu folgendem Zwischenergebnis:

$$\underline{X}_{n,A} = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-jn\omega_0 k\Delta t}$$
(3.19)

Durch Substitution von  $T = N \cdot \Delta t$  und  $\omega_0 = 2\pi/\Delta t$  entsteht nach [Ho 01] schließlich Gleichung (3.20), die die Diskrete FOURIER-Transformation beschreibt.

$$\underline{X}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$
(3.20)

Die FOURIERkoeffizienten  $\underline{X}_{n,A}$  werden hier durch die Multiplikation mit  $\Delta t$  zur neuen Größe  $\underline{X}(n)$  zusammengefasst. Die entsprechende Rücktransformationsgleichung lautet:

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \underline{X}(n) e^{j2\pi \frac{kn}{N}}.$$
(3.21)

[Ho 01] verweist unter Anderem auf die folgenden wichtigen Eigenschaften der DFT:

• Die DFT ist die zeitdiskrete Version der FOURIER-Reihe und fasst die N Abtastwerte als Repräsentanten einer Periode eines zeitdiskreten, periodischen

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Mathematische Distribution zur Erweiterung der Fourier-Transformation. Der Dirac-Impuls stellt die Idealisierung eines Nadelimpulses dar und besitzt die so genannte Ausblendeingenschaft. Weitere Ausführungen siehe [Ho 01].

Signals auf. So liefert die DFT nur das Spektrum einer periodischen Fortsetzung des abgetasteten Signalausschnittes, was nur bei periodensynchroner Abtastung eines periodischen Signals der Wirklichkeit entspricht. Durch die Beziehung

$$\underline{X}(n) = |\underline{X}(n)|e^{j\phi(n)}$$
(3.22)

kann die komplexwertige Funktion  $\underline{X}(n)$  in ein Betragsspektrum  $|\underline{X}(n)|$  und ein Phasenspektrum  $\phi(n)$  zerlegt werden. Es gilt die Symmetriebeziehung

$$\underline{X}(-n) = \underline{X}^*(n), \tag{3.23}$$

so dass nur die Hälfte der N Spektrallinien berechnet werden muss, die andere Hälfte ergibt sich aus deren konjugiert komplexen Werten. Das Spektrum der DFT ist bandbegrenzt. Für die fehlerfreie, zeitdiskrete Darstellung muss die Abtastfrequenz mindestens doppelt so hoch sein wie die Bandbegrenzung des Signals (Abtastbedingung nach NYQUIST). So muss für die fehlerfreie Darstellung des Spektrums eines mit 60 Hz bandbegrensten Originalsignals, eine Abtastung mit mindestens 120 Hz erfolgen. Wird die Abtastbedingung nicht eingehalten kommt es zu so genannten Überlappungen der periodischen Fortsetzung der FOURIER-Reihe. Das Originalsignal ist dann nicht mehr fehlerfrei aus der spektralen Grundperiode des DFT-Spektums berechenbar. Dieses Phänomen nennt man Aliasing und kann durch Erhöhung der Abtastfrequenz vermindert werden.

### 3.5 FFT (FAST FOURIER-TRANSFORMATION)

Die für Computeranwendungen geeignete DFT hat den Nachteil eines relativ hohen Rechenaufwandes. Nach [Ho 01] ist für die Durchführung ein Aufwand von etwa  $N^2$ komplexen Operationen notwendig. Dies entspricht bei N = 100 Abtastwerten schon 10.000 Rechenoperationen. Nach COOLEY und TUKEY kann dieser Aufwand entscheidend verringert werden, indem man die DFT von N Werten in zwei Teil-DFT's von je N/2 Werten zerlegt [Ho 01]. Diese Zerlegung kann iterativ weitergeführt werden bis man zu elementaren DFTs von nur zwei Werten angekommen ist. Das Verfahren ist allgemein als FFT (Fast FOURIER-Transformation) bekannt. Die FFT ist lediglich eine numerische Ausführungsvorschrift zur Berechnung der DFT und stellt kein eigenes Frequenzanalyseverfahren dar. Der Aufwand an komplexen Operationen wird stark verringert, was wesentliche Vorraussetzung für die Frequenzanalyse in Echtzeit ist. Die Zerlegung in DFT's mit je zwei Abtastwerten setzt voraus, dass N eine Zweierpotenz ist. Für die Durchführung der FFT steht eine Vielzahl verschiedenster Rechenalgorithmen zur Verfügung. Einige wichtige Algorithmen seien hier genannt:

- Zeitumordnung (Decimation in Time, DIT)
- Frequenzumordnung (Decimation in Frequency, DIF)
- Radix 2 Algorithmus
- Prime Factor Algorithmus
- Mixed Radix Algorithmus
- Chirp Z Algorithmus.

Für die Auswertung von äquidistanten, zeitdiskreten Signalen führt das Programm Flex-Pro 7.0 die FFT unter Verwendung der Algorithmen Radix 2, Prime Factor, Mixed Radix und Chirp - Z durch.

## 3.6 ANWENDUNG DER DFT/FFT

In der praktischen Anwendung von DFT bzw. FFT werden nach [Ho 01] durch die endliche Anzahl von N Abtastwerten einige typische Phänomene hervorgerufen auf die in diesem Abschnitt eingegangen werden soll.

#### 3.6.1 PERIODENASYNCHRONE ABTASTUNG UND FENSTERUNG

In vielen technischen Anwendungen müssen Signale ausgewertet werden, die keinen periodischen Verlauf aufweisen. In diesem Fall wird das Signal also nur durch einen, aus N Abtastwerten bestehenden Ausschnitt und dessen periodische Fortsetzung beschrieben. Diese Situation ist in Bild 3.1 dargestellt.



Bild 3.1: Periodische Fortsetzung des durch  $T = N \cdot \Delta t$  charakterisierten Signals, aus [Ho 01]

Die auftretenden Diskontinuitäten leisten keine neuen Informationen über das zu analysierende Originalsignal. Sie können aber eine Unterdrückung oder Verschiebung von dominanten Frequenzen im Spektrum hervorrufen. Diese negativen Einflüsse der Diskontinuitäten können minimiert werden, indem der ausgewählte Signalabschnitt mit einer auf die Länge des Signalabschnittes gebrachten Fensterfunktion multipliziert wird. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhaltes betrachte man Bild 3.2. Hier kam im Gegensatz zum Rechteckfenster in Bild 3.1b ein HAMMING-Fenster zur Anwendung.



Bild 3.2: Bewertung des Signals aus Bild 3.1 mit HAMMING-Fenster, aus [Ho 01]

Der abgetastete Signalausschnitt wurde also mit zwei verschiedenen Fensterfunktionen multipliziert. Die Rechteckfenster-Funktion besitzt im gesamten Fensterbereich den Wert 1 außerhalb des Fensterbereichs den Wert 0. Die Multiplikation des Signalausschnittes mit der Rechteck-Fensterfunktion ergibt also wieder den Originalsignalausschnitt (vgl. Bild 3.1b). Das HAMMING-Fenster wird durch die Funktion

$$w(n) = 0,54 - 0,46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right), n = -\frac{M}{2}, ..., \frac{M}{2}$$
(3.24)

beschrieben. Hierbei ist M die jeweilige, der Länge des Signalausschnittes angepassten,
Fensterbreite und n der aktuelle Wert des Eingangsignals. Die Multiplikation des Signalsausschnittes mit der HAMMING-Fensterfunktion führt zur der in Bild 3.2 dargestellten Funktion, in der die in Bild 3.1b auftretenden Diskontinuitäten deutlich verringert wurden. In der Literatur findet sich eine Vielzahl von Bewertungsfensterfunktion. Allein das Programm FlexPro 7.0 bietet die Auswahl aus dreißig verschiedenen Bewertungsfenstern.

### 3.6.2 LATTENZAUNEFFEKT

Die DFT bildet ein Linienspektrum, insofern können Informationen über die spektralen Eigenschaften eines Signals nur aus den N/2 gebildeten Linien gewonnen werden. Ist die Abtastfrequenz kein ganzzahliges Vielfaches der Signalfrequenz wird die auftretende Frequenz des Signals durch benachbarte Spektrallinien ausgedrückt. Durch die Verwendung einer Fensterung können die fern der Signalfrequenz liegenden Spektrallinien gedämpft werden, was die Identifizierung der Signalfrequenz wesentlich erleichtern kann. Es sei darauf hingewiesen, dass im seltenen Falle einer periodensynchronen Abtastung (N Abtastwerte repräsentieren die tatsächliche Periode des Signals), die korrekten Linien des Spektrums aber verunschärft werden [Ho 01].

#### 3.6.3 ZERO PADDING

Ist die Anzahl der Abtastwerte N durch das Spezifikum einer Aufgabenstellung vorgegeben, kann es sinnvoll sein diese Anzahl N auf einen Wert M zu erhöhen, hierfür gibt es im Wesentlichen zwei Gründe.

- Ziel ist es, zu Vergleichszwecken den gleichen Linienabstand in verschiedenen Spektren zu erzeugen.
- Der verwendete FFT-Algorithmus erfordert N<sup>2</sup> Abtastwerte

Die gewünschte oder geforderte Anzahl M der Abtastwerte wird durch das Anhängen von Nullen an die N Abtastwerte erreicht. Das als zero padding bekannte Verfahren liefert aber keine neuen Informationen, da die Abtastfrequenz unverändert bleibt. Hier wird lediglich eine Verdichtung der Spektrallinien hervorgerufen.

### 3.7 LOMB-SCARGLE-PERIODOGRAMM ALGORITHMUS

Diese aus der Astrophysik stammende Rechenvorschrift wurde speziell zur Auswertung von Datensätzen entwickelt die nichtäquidistant abgetastet wurden. Innerhalb des Algorithmus wird eine zweite Zeitreihe durch Integration eines variablen Terms generiert [Fl 05]. Dies führt zu einer Verschiebung in der spektralen Leistungsdichte. Der Algorithmus entspricht einer Kleinste-Quadrate-Approximation von Sinuskurven und bewertet auch Abschnitte mit überdurchschnittlicher Abtastrate, die dementsprechend Informationen über höhere Frequenzen liefern. Die entstandenen Ergebnisse des Lomb-Scargle-Periodogramms entsprechen denen einer FFT. Obwohl es sich hierbei um keine traditionelle FOURIER-Transformation handelt, folgt der Algorithmus den in diesem Kapitel gemachten Ausführungen zur DFT, mit der wesentlichen Erweiterung einer möglichen Überabtastung des Signals [Fl 05]. Darüber hinaus erlaubt das Lomb-Scargle-Periodogramm auch die Auswertung äquidistanter Daten und Daten mit ungültigen Werten. Wie erwähnt unterliegt dieser Algorithmus nicht mehr der Abtastbedingung nach NYQUIST. Die für die Auswertung benutzte Software kann unter Ausnutzung des Lomb-Scargle-Periodogramms Spektren generieren, die bis zum Faktor 4 über das Spektrum der mittleren NYQUIST-Frequenz "heraus laufen". Die Länge des Spektrums entspricht also nicht zwingend der des Datensatzes. Des Weiteren wird das Spektrum nur für reelle Daten (positive Frequenzen) berechnet. Es ist auffällig, dass bei Erweiterung des NYQUIST-Bereiches die ganzzahligen Vielfachen einer dominanten Frequenz ebenfalls einen, in seiner Intensität vergrößerten, Peak hervorrufen.

# 4 **EXPERIMENTELLE VERSUCHSAUFBAUTEN**

## 4.1 VORBEMERKUNG

Im Rahmen dieser Untersuchungen zum Nachweis strömungsimmanenter Frequenzen wurden Messungen an zwei verschiedenen Versuchsanlagen durchgeführt. In einem ersten Teil wurde der Verlauf der Momentangeschwindigkeit einer turbulent durchströmten Wasserrohrleitung mit einem Flügelradanemometer gemessen. Diese Messungen wurden an einer vorhandenen Versuchsanlage im Hydrolabor Schleusingen durchgeführt. Die hieraus gewonnenen Erkenntnisse führten im weiteren Verlauf der Arbeit zur Planung und zum Aufbau einer zweiten Versuchsanlage an der BTU-Cottbus. Hier wurde zur Messung der Momentangeschwindigkeiten ein Laser-Doppler-Anemometer verwendet. Dieses Kapitel beschreibt den Aufbau der Versuchsanlagen unter Berücksichtigung der jeweils eingesetzten Messtechnik.

# 4.2 VERSUCHSAUFBAU 1



Bild 4.1: Versuchsaufbau Flügelradanemometermessung (Modell)

In Bild 4.1 ist ein Modell der Versuchsanlage, die sich stark an den baulichen Gegebenheiten des Hydrolabors orientierte, dargestellt. Die Versuchsstrecke hatte eine Länge von 5,70 m, die in ca. 80% Einlaufstrecke und ca. 20% Auslaufstrecke eingeteilt wurde. Der ursprüngliche Versuchsaufbau ist in Bild 4.2 schematisch dargestellt.



Bild 4.2: Versuchsaufbau Flügelradanemometermessung (schematische Darstellung)

Die Rohrleitungen bestanden zunächst aus PVC DN150 (160×7,7) mit einem 2 m langen Acrylrohrabschnitt der Maße 158×3. Für eine erfolgreiche Messwertaufnahme war es notwendig, die Versuchsstrecke umzubauen und durch eine Rohrleitung PVC DN100 (110×5,3) zu ersetzen (die Veränderungen und Modifikationen des Versuchstandes und der Messtechnik werden im nachfolgenden Kapitel 5 ausführlich erläutert). Durch eine Kreiselpumpe "Schöffel A" mit einer Leistung von 7,5 kW wurde das Wasser zunächst aus einem Umlaufkanal in ein Hochbecken gepumpt. Über einen manuell regelbaren Schieber wurden dem Hochbecken bei konstanter Druckhöhe Durchflüsse von bis zu 28 l/s entnommen. Die Regelung des Durchflusses erfolgte dabei nach der Anzeige eines magnetisch induktiven Durchflussmessgerätes (MID). Für die Messungen der Momentangeschwindigkeiten wurde Flügelradanemometer eingesetzt. Die ein Einlaufstrecke, also die Entfernung des Messflügels zur letzten Störung (Rohrkrümmer), betrug 4,70 m. Dementsprechend wies die Auslaufstrecke eine Länge von 1 m auf. Die 2 m lange Acrylstrecke ermöglichte eine visuelle Kontrolle der durchgeführten Versuche. Eine ungenügende Entlüftung der Rohrleitung und Störungen der Versuche durch mitgeführtes partikuläres Material konnten so ausgeschlossen werden. Im Anschluss an die Auslaufstrecke erfolgte der Aufstau der Rohrleitung um die Ausprägung einer turbulenten Strömung zu sichern. Der Abfluss der aufgestauten Rohrleitung erfolgte in den Schacht 2 des Umlaufkanals.

### 4.2.1 Messprinzip des Flügelradanemometers

Die Messungen der Momentangeschwindigkeiten wurden mit dem Flügelradanemometer Mini Water 5 der Firma RCI durchgeführt. Der Messbereich des Flügelrades erstreckt sich von 0,02 m/s bis 5 m/s (vgl. Bild 4.3).



Bild 4.3: Normkurve Mini Water 5

Bild 4.4 gibt über die geometrischen Eigenschaften des Messflügels Auskunft, der Messkopf hat die Abmaße Ø22×28 mm, der Schaft hat einen Durchmesser von 15 mm und eine Länge von 175 mm. Über einen Oszillator wird dem Flügelrad eine hochfrequente Spannung von circa 2 MHz auferlegt. Das Flügelrad erzeugt durch seine Drehung eine Spannung (magnetisch induktiv), die das hochfrequente Ausgangssignal stört. Es erfolgt eine Amplitudenund Frequenzmodulation. In Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit des Fluides und damit der Drehgeschwindigkeit des Flügelrades werden Spannungssignale unterschiedlicher Frequenz erzeugt. Diese Frequenzen werden als Impulsfrequenzen des Flügelrades bezeichnet. Die Kalibrierung des Flügelrades durch den Hersteller sichert, dass jeder Impulsfrequenz eine Strömungsgeschwindigkeit zugeordnet werden kann(vgl. Bild 4.3).



Bild 4.4: Flügelradanemometer Mini Water 5: a) Abmaße, b) Foto Messkopf

# 4.2.2 MESSGERÄT CLIMA AIR 3

Das Flügelradanemometer Mini Water 5 wurde mit dem Messgerät Clima Air 3 betrieben (Bild 4.5).



Bild 4.5: Messgerät Clima Air 3 (Foto)

Das Messgerät dient als Stromversorgung für das Flügelrad, es stellt das hochfrequente Spannungssignal zu Verfügung und ermöglicht über die digitale Geschwindigkeitsanzeige eine Kontrolle der auftretenden Geschwindigkeiten. Für die Aufnahme der Geschwindigkeitsschwankungen ist die digitale Ausgabe der Messwerte ungeeignet, da durch Mittelwertbildungen die Momentangeschwindigkeit nicht erfasst werden kann. In der Digitalanzeige gibt das Messgerät nur drei Messwerte pro Sekunde aus. Für die Aufnahme der Messwerte wurde deshalb zunächst der vorhandene Analogausgang des Messgerätes verwendet. Allerdings erfolgt innerhalb des Messgerätes eine Umwandlung des analogen Signals in ein digitales Signal. Das digitale Signal wird durch einen Mikroprozessor ausgewertet, dann durch einen Digital-Analogwandler wieder in ein analoges Signal umgewandelt und am Analogausgang ausgegeben. Innerhalb des Messgerätes erfolgt also eine Umwandlung und Verarbeitung des Signals und somit wird am Analogausgang ein zeitverzögertes Signal ausgegeben. Der Analogausgang gibt eine Spannung zwischen null und zwei Volt aus, die entsprechend dem auftretenden Geschwindigkeitsbereich skaliert werden kann.

### 4.2.3 DIGITALWANDLER DI-194

Um die Messdaten mit einem handelsüblichen PC aufnehmen und verarbeiten zu können wurde das vom Messgrät Clima Air 3 ausgegebene analoge Signal mit dem Digitalwandler DI-194 (Bild 4.6 und Bild 4.7) der Firma DATAQ INSTRUMENTS digitalisiert.



Bild 4.6: Messdatenaufnahme mit DI-194 (schematische Darstellung)

Der Digitalwandler arbeitet mit einer maximalen Abtastfrequenz von 240 Hz, kann in einem Spannungsbereich von ±10 V verwendet werden und ist über die COM– Schnittstelle an einen PC anzuschließen. Die zugehörige Software WINDAQ ermöglichte die Aufzeichnung der Spannungs- bzw. Geschwindigkeitsschwankungen, die Kalibrierung des Eingangsignals und den Export der aufgenommenen Datensätze.



Bild 4.7: Digitalwandler DI-194 (Foto)

### 4.2.4 UPM 100



Bild 4.8: Messdatenaufnahme mit UPM 100 (schematische Darstellung)

Zur Erhöhung der Abtastfrequenz wurde versucht, das analoge Ausgangssignal mit dem Vielstellenmessgerät UPM 100 der Firma HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik) in Verbindung mit einem Apple Macintosh System und der Software BEAM der AMS GmbH aufzunehmen (siehe Bild 4.8). Dieser Versuch führte nicht zu der gewünschten Erhöhung der Abtastfrequenzen über 240 Hz. Die Erhöhung der Abtastung des analogen Signals des Messflügels ist zwar mit Erhöhung der Baudrate theoretisch möglich, das System arbeitet aber nur bei einer maximalen Baudrate von 9600 Bit pro Sekunde stabil. Beim Versuch die Baudrate der Schnittstellen weiter zu erhöhen, wird das System instabil und eine Messwerterfassung unmöglich. Für die Berechnung der Übertragungsrate von der UMP 100 zum Computer wird vom Hersteller folgende Formel angegeben:

$$\ddot{U}bertragungsrate [MW/s] = \frac{Baudrate[Bit/s]}{4[Byte/MW] \cdot 11[Bit/Byte]}$$
(4.25)

Bei der maximalen Baudrate von 9600 Bit pro Sekunde ist mit dem System eine Übertragungsrate von 218 Messwerten pro Sekunde realisierbar, was gegenüber dem Digitalwandler DI-194 (240 Messwerte pro Sekunde) also keinen Vorteil hat.

## 4.2.5 SpectraLab

Nach Sichtung der ersten Messungen in der Rohrleitung DN150 wurde deutlich, dass mit dem maximalen Durchfluss von 10 l/s keine zufrieden stellenden Ergebnisse erzielt werden konnten (siehe Kapitel 5). Als grundlegende Schlussfolgerung der ersten Versuche, stand die Maßgabe, die Geschwindigkeit in der Rohrleitung deutlich zu erhöhen. Dies wurde durch die Verringerung des Rohrleitungsdurchmessers auf DN100 (110×5,3) sowie durch die Erhöhung des Durchflusses gewährleistet. Mit Erhöhung der Geschwindigkeiten traten naturgemäß höhere Impulsfrequenzen des Flügelradanemometers auf. Um die Frequenzen aufnehmen und aufwerten zu können, wurde die Software SpectraLab verwendet, deren minimale Abtastfrequenz 8000 Hz beträgt. Da eine Vielzahl der Messungen jetzt eine Impulsfrequenz größer 240 Hz aufwiesen, konnte der in Abschnitt 4.1.3 beschriebene Digitalwandler eine Reihe von Messungen nicht mehr ohne Informationsverlust aufzeichnen. Die Software SpectraLab zeichnet Signale auf, die über den Mikrofoneingang einer Soundkarte aufgenommen werden können. So war es notwendig, den handelsüblichen fünfpoligen Anschluss des Flügelrades so zu modifizieren, dass sowohl die Stromversorgung durch das Messgerät Clima Air 3, als auch der Anschluss an die Soundkarte über einen Klinkenstecker sichergestellt werden konnte. Zur Realisierung dieser Anforderungen wurde das Kabel des Flügelrades getrennt und auf eine Lüsterklemme geklemmt. Die zur Aufnahme des Spannungssignals notwendigen zwei Kabel wurden überbrückt und mit einem Klinkenstecker verbunden (Bild 4.9).



Bild 4.9: Flügelradanemometer Mini Water 5, modifiziert (Foto)

Der Umbau des Messflügels hatte den entscheidenden Vorteil, dass die Spannungssignale des Flügelradanemometers jetzt direkt aufgenommen werden konnten. Die zeitverzögerte Aufnahme des Messsignals durch die Signalumwandlung im Messgerät Clima Air 3 wurde somit vermieden. Der Vorteil der direkten Aufnahme eines Spannungssignals geht allerdings mit einer erheblichen Erhöhung des Aufwandes in der manuellen Verarbeitung des Signals zu Momentangeschwindigkeitswerten und der anschließende Transformation in den Frequenzbereich einher. Darüber hinaus können durch die fehlende Signalverarbeitung im Messgerät Clima Air 3 Abweichungen der mittleren Strömungsgeschwindigkeiten auftreten (vgl. Kapitel 5).

# 4.3 VERSUCHSAUFBAU 2

Die im ersten Teil des Berichtes durchgeführten Versuche im Hydrolabor Schleusingen, gaben Anlass, die nach BÜNGER vorhergesagten Frequenzen mit einem optimierten Versuchsaufbau sowie einer optischen und daher nicht mit Trägheit behafteten Messmethode nachzuweisen (vgl. Kapitel 5). Daher wurde an der BTU-Cottbus eine neue Versuchsanlage konzipiert, die die Messung der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen mittels Laser-Doppler-Anemometer ermöglichte. Ein Modell der Versuchsanlage ist in Bild 4.10 dargestellt.



Bild 4.10: Versuchsaufbau der LDA-Messung (Modell)

Für den Versuchsaufbau an der BTU-Cottbus wurde der vorhandene Wasserkreislauf einer Kipprinne benutzt. Die Versuchstrecke hat eine Länge von 8,80 m. Vor dem Messpunkt liegt eine Einlaufstrecke von 6,60 m, die Ablaufstrecke beträgt 2,20 m. Die 3 kW Kreiselpumpe der Firma Weir kann in der PVC Rohrleitung DN100 (110  $\times$  5,3) einen Durchfluss von 26 l/s gewährleisten. Die Messstrecke wurde über eine Länge von 2 m durch ein Acrylrohr DN100 (110  $\times$  5,0) ersetzt. Die Momentangeschwindigkeiten wurden durch das Acrylrohr mit einem Laser-Doppler-Anemometer der Firma Dantec Dynamics aufgenommen. Dabei kam ein 10 mW HeNe-Laser mit einer Wellenlänge von 633 nm zum Einsatz. Über eine 1D Traverse wurde der Laser horizontiert und, um den Einfluss der Rohrkrümmung zu vermeiden, auf Höhe der Rohrachse zentriert. Treffen die Laserstrahlen nicht genau horizontal in Höhe der Rohrachse auf die Rohrwand, so werden die Laserstrahlen nach oben oder nach unten abgelenkt, so dass sich das Messvolumen (vgl. Abschnitt 4.2.1) nicht mehr im Durchmesser des Rohres befindet. Eine solche Ablenkung der Laserstrahlen wurde durch visuelle Kontrollen vermieden. Durch die Traverse konnte der Laser auf Höhe der Rohrachse von Rohrwand zu Rohrwand verfahren werden, was die Aufnahme der Momentangeschwindigkeiten an jedem Punkt des Durchmessers der Rohrleitung ermöglichte.

### 4.3.1 MESSPRINZIP DES LASER-DOPPLER-ANEMOMETERS

Das Laser-Doppler-Anemometer besteht im Wesentlichen aus zwei Komponenten, der Optik und dem Signalprozessor. In Bild 4.11 ist die Messmethode eines Laser-Doppler-Anemometers schematisch dargestellt, alle der optischen Komponente zugehörigen Signalwege sind dabei grün, die dem Signalprozessor zugehörigen Signalwege blau gekennzeichnet.



Bild 4.11: LDA Messung (schematische Darstellung), Quelle: Dantec Dynamics

Über eine Schnittstelle wurde das LDA an einen PC angeschlossen und mit einer entsprechenden Betriebssoftware gesteuert. Die Optik besteht aus dem Laser, einer Bragg-Zelle (optoakustischer Modulator) sowie der Sende- und einer Empfangsoptik (Photodetektor). Sendeoptik und Photodetektor sind durch die so genannte Rückstrahlanordnung zusammen in einer Sonde realisiert. Die Bragg-Zelle dient zur Teilung des monochromatischen, kohärenten Laserstrahles und zur Frequenzverschiebung einer der Laserstrahlen. Dabei wird der Laserstrahl durch einen im Ultraschallbereich (25 MHz bis 120 MHz) erregten Kristall geleitet. Nach Austritt aus dem Kristall ist die Frequenz des Strahles um die Bragg-Zellen-Frequenz verschoben. Durch die Sendeoptik werden die Laserstahlen unter dem Winkel  $\Theta$  in der Stahltaille beider Laserstrahlen zum Schnitt gebracht. Die beiden Laserstrahlen bilden in ihrem Schnittpunkt das Messvolumen  $0.00173 \text{ m}^3$ (0,059 mm  $\times$ 0,059 mm Х 0,497 mm) von in dem die Geschwindigkeitsmessung stattfindet. Das Messvolumen ist, in Abhängigkeit der Wellenlänge des Lasers und des Kreuzungswinkels der Laserstrahlen, durch ein Interferenzstreifenmuster gekennzeichnet (siehe Bild 4.12). Es entsteht durch die abwechselnde Anordnung von Zonen hoher und niedriger Lichtintensität.



Bild 4.12: Interferenzstreifenmuster zweier sich kreuzender Laserstrahlen, aus [Tr 02]

Der Abstand der Interferenzstreifen ist eine Funktion der Wellenlänge  $\lambda$  und des Kreuzungswinkels  $\Theta$ , er berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$d_f = \frac{\lambda}{2\sin(\Theta/2)} \tag{4.1}$$

Bewegt sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit v durch das Messvolumen, so reflektiert es Streulicht, welches vom Photodetektor registriert wird. Dieses durch die Reflektion des Laserlichtes erzeugte Signal wird als Doppler-Burst (siehe Bild 4.13) bezeichnet. Es bildet die reflektierte Lichtintensität über der Zeit ab und beinhaltet einen Gleich- und einen Wechselanteil. Für die Geschwindigkeitsbestimmung ist lediglich der Wechselanteil von Bedeutung.



Bild 4.13: Doppler-Burst; links: Rohrsignal mit Gleich- und Wechselanteil, rechts: gefilterter Wechselanteil, aus [Tr 02]

Die Frequenz des Doppler-Burst wird im Signalprozessor durch FOURIER-Transformation ermittelt und als Dopplerfrequenz bezeichnet. Aus einer geometrischen Betrachtung lässt sich folgende Beziehung für die Dopplerfrequenz ableiten:

$$f_D = \frac{\mathbf{v}}{d_f} \tag{4.2}$$

Setzt man Gleichung (4.1) in Gleichung (4.2) ein, so ergibt sich die Bestimmungsgleichung der Partikelgeschwindigkeit zu:

$$\mathbf{v} = \frac{f_D \cdot \lambda}{2\sin\left(\Theta/2\right)} \tag{4.3}$$

Die Geschwindigkeit ist also nur von der Doppler-Frequenz, der Wellenlänge und dem Kreuzungswinkel abhängig. Die Richtungserkennung wird über die erwähnte Frequenzmodulation (Shiftung) der Bragg-Zelle sichergestellt. Dadurch wird dem starren Interferenzstreifenmuster eine Bewegung aufgezwungen, so dass die Bewegungsrichtung der Partikel eindeutig wird. Die Geschwindigkeitsmessungen mittels LDA setzten voraus, dass sich in der Strömung Partikel (Seedings) befinden, die der Strömung annähernd schlupffrei folgen können.

Sie bestimmen im Wesentlichen die Datenrate des aufgenommenen Signals. Dem Wasser der Versuchsanlage wurden als Seedings "Iriodin 100 silver pearls" der Firma Dantec Dynamics beigemengt. Der Durchfluss konnte sowohl über das magnetisch induktive Durchflussmessgerät (MID) Meimag MAG 2500, als auch über das Ultraschallmessgerät Fluxus ADM 6725 des Herstellers Flexim abgelesen werden. Das Ultraschallmessgerät ermöglichte zusätzlich die rechnergestützte Aufzeichnung der Durchflusswerte.

# 5 VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

# 5.1 MESSUNGEN MITTELS FLÜGELRADANEMOMETER

Die durchgeführten Versuche lassen sich in folgende vier Versuchsreihen einteilen:

Versuchs-	Rohrdurch-	Durchfluss-	Messpunkt	verwendete Messtechnik	verwendete
reihennr.	messer	bereich			Software
1	DN150 (160×7,7)	2-101/s	Rohrachse	Flügelradanemometer Mini Water 5	WinDaq /Lite
				Messgerät Clima Air 3	Microsoft Excel
				Digitalwandler DI-194	FlexPro 7.0
				РС	
2	DN100 (110×5,3)	2 – 28 l/s	Rohrachse	Flügelradanemometer Mini Water 5 (modifiziert)	SpectraLab
			Rohrachse +		Microsoft
			y <sub>m</sub>	Messgerät Clima Air 3	Excel 2002
				PC, Soundkarte	FlexPro 7.0
3	DN100 (110×5,3)	10 l/s	Rohrachse	Flügelradanemometer Mini Water 5 (modifiziert)	SpectraLab
		16 l/s			Microsoft
		22.1/s		Messgerät Clima Air 3	Excel
		22 1/ 5		PC, Soundkarte	FlexPro 7.0
		26 l/s			
4	DN100 (110×5,0)	10 l/s	Rohr- guerschnitt	LDA	BSA Flow
	~ //	16 l/s	1		Mi <b>cr</b> osoft Excel
		22 l/s			FlexPro 7.0

Tabelle 5.1: Überblick der durchgeführten Versuchsreihen

45

### 5.1.1 VERSUCHSREIHE 1 - MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN150

Im Rahmen der Versuchsreihe 1 wurden für die Durchflüsse 1 l/s bis 10 l/s, in Abständen von 1 l/s, Messreihen über fünf Minuten aufgenommen und ausgewertet. Für die Aufnahme der Messdaten wurde das Flügelradanemoneter Mini Water 5 mit dem Messgerät Clima Air 3 betrieben und in Rohrachse justiert. Die über den Analogausgang des Messgerätes ausgegebenen Spannungen wurden durch den Digitalwandler DI-194 digitalisiert und mit der Software WINDAQ als Momentangeschwindigkeiten interpretiert. Für jede Messreihe wurde mit Microsoft Excel eine Datenbank angelegt. Anschließend Daten mittels Frequenzanalyse aus der Zeitdimension wurden die in die Frequenzdimension überführt. Hierfür wurde der unter 3.6 beschriebene Lomb-Scargle-Periodogramm verwendet. Die erzeugten Spektren konnten keinen Hinweis auf die zu erwartenden Frequenzen liefern (siehe Anlage A.11, Daten Versuchsreihe 1).

Die Normkurve des Flügelradanemometers Mini Water 5 (vgl. Bild 4.3) gibt Aufschluss über die erzielten Ergebnisse der Versuchsreihe 1. Zur Erläuterung der Problematik soll hier eine Rohrleitungsgeschwindigkeit von 0,5 m/s betrachtet werden. Bei dieser Geschwindigkeit gibt das Flügelradanemoneter Mini Water 5 eine Impulsfrequenz von 44 Hz ab. Für die Generierung eines Geschwindigkeitswertes wird der Mittelwert aus vier Impulsfrequenzen gebildet, d.h. es werden elf Momentangeschwindigkeitswerte pro Sekunde (11 Hz) am Analogausgang ausgegeben, die darüber hinaus durch die Verarbeitung im Messgerät Clima Air 3 einer nicht unerheblichen Zeitverzögerung (siehe 4.1.2) unterliegen. Es wird somit ein Signal mit einer Abtastfrequenz von 11 Hz aufgenommen. Wie im Kapitel 3 erläutert, können unter Beachtung der Abtastbedingung nach NYQUIST, für dieses Signal Frequenzen bis zu 5,5 Hz nachgewiesen werden. Für die aufgezeigte Strömungssituation (hydraulischem Radius  $r_{hv} = 0.0362$  m, kinematischen Viskosität  $v = 1,29*10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  für 10,6°C) liegen die nach BÜNGER berechneten Frequenzen über der NYQIST-Frequenz f<sub>N</sub> und lassen sich folglich nicht nachweisen. So ergeben sich die Eigenfrequenz der Strömung nach Gl. (1.2) zu  $f_E$  = 6,9 Hz, die Erregerfrequenz der Strömung nach Gl. (1.3) zu  $f_R = 9,8$  Hz und die Eigenfrequenz des Fluides nach Gl. (1.4) zu  $f_F = 96,9$  kHz. Anlage A.1 gibt einen Vergleich der zu erwartenden Frequenzen mit den maximal nachweisbaren Frequenzen. Es zeigt sich, dass es in der gesamten Versuchsreihe 1 nicht möglich war, die nach der Theorie von BÜNGER vorhergesagten Frequenzen zu detektieren.

Innerhalb der Versuchsreihe 1 lagen die NYQUIST-Frequenzen immer unter den nach BÜNGER zu erwartenden Frequenzen (vgl. Bild 5.1). Ein Nachweis der Frequenzen nach BÜNGER war deshalb in dieser Versuchsreihe nicht möglich. Bei Erhöhung des Durchflusses bzw. der Strömungsgeschwindigkeit steigen die Eigenfrequenz der Strömung und des Fluides an. Die Erregerfrequenz der Strömung hingegen, nimmt definitionsgemäß bei Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit geringere Werte an. In Anlage A.1 ist ebenfalls zu erkennen, dass die Eigenfrequenz des Fluides unter den gegebenen experinentellen Vorraussetzungen um 3 bis 4 Zehnerpotenzen größer ist als die nachweisbaren NYQUIST-Frequenzen. Die Eigenfrequenz des Fluides ist daher technisch mit den Flügelradanemometer Mini Water 5 nicht nachweisbar. Diese Aussage lässt sich mit folgender Überlegung nachvollziehen. Bei einem Durchfluss von 1 l/s (v = 0.06 m/s) tritt nach BÜNGER eine Eigenfrequenz des Fluides von  $f_F = 1.438$  Hz auf. Bei der maximalen, vom Flügelradanemoneter Mini Water 5 detektierbaren, Geschwindigkeit von 5 m/s gibt das Flügelrad eine Impulsfrequenz von 461 Hz ab. Dies entspricht einer Abtastfrequenz von 115,2 Hz und einer maximal nachweisbaren NYQUIST-Frequenz von 57,6 Hz. Das Problem in der Versuchsreihe 1 bestand also in der zu geringen Abtastfrequenz des Flügelsrades. Diesem Umstand wurde mit Modifikationen des Versuchsaufbaus sowie des Flügelradanemometers entgegengewirkt.



Bild 5.1: Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz, Versuchsreihe 1

### 5.1.2 VERSUCHSREIHE 2 - MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN100

Um die Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung nachweisen zu können, war es notwendig, die Impulsfrequenz des Flügelradanemometers MINI Water 5 zu erhöhen. Dies wurde einerseits durch die Anhebung der Fließgeschwindigkeit, andererseits durch die Modifizierung des Flügelradanemometers (siehe Abschnitt 4.1.5) erreicht. Um die Fließgeschwindigkeit zu erhöhen wurde der Rohrdurchmesser von DN150 auf DN100 verringert und zusätzlich der Durchflussbereich bis zu 28 l/s erweitert. Die Modifizierung des Flügelradanemometers sicherte eine nochmalige Erhöhung der Abstastfrequenz um den Faktor vier. So wurden die theoretischen Voraussetzungen geschaffen wurden, die mit der Strömungsgeschwindigkeit ansteigende Eigenfrequenz (vgl. Bild 5.1) der Strömung nachweisen zu können. Da die Erregerfrequenz der Strömung bei steigender Strömungsgeschwindigkeit geringere Werte annimmt, sollte sie unter den veränderten Versuchsbedingungen ebenfalls erfasst werden. Auf den Umstand, dass die Eigenfrequenz des Fluides (mit Erwartungswerten von 6,4 kHz bis 5,4 MHz) mit der vorhandenen Messtechnik nicht erfasst werden kann, wurde bereits in Abschnitt 5.1.1 dieses Kapitels eingegangen.

#### 5.1.2.1 AUFNAHME DER TURBULENTEN GESCHWINDIGKEITSSCHWANKUNGEN

Die Versuche innerhalb der Versuchsreihe 2 erstreckten sich über einen Durchflussbereich von 2 l/s bis 28 l/s (vgl. Tabelle 5.1). Dementsprechend traten Geschwindigkeiten von 0,26 m/s bis 3,6 m/s auf. Die in Bild 4.3 dargestellte Normkurve ergibt sich durch die Gegenüberstellung der Impulsfrequenz des Messflügels mit den entsprechenden Geschwindigkeitswerten. Die Regressionsgerade dieser Messwerte folgt Gleichung (5.1) und weist ein Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,999$  auf. Das Bestimmtheitsmaß oder der Determinationskoeffizient  $R^2$  liegt zwischen 0 und 1, und gibt den Zusammenhang von untersuchten Datenreihen an. Der Wert 0 kennzeichnet dabei keinen, der Wert 1 einen starken Zusammenhang zwischen Messwerten und Regressionsgrade. Aufgrund des hohen Bestimmtheitsmaßes ist Gleichung (5.1) gut zur Berechnung der Impulsfrequenz geeignet.

$$\mathbf{v} = 0,0107f_I + 0,0197. \tag{5.1}$$

Über die Gleichung (5.1) wurde der Bereich der Impulsfrequenz in der Versuchsreihe 2 berechnet. Nach den zu erwartenden Geschwindigkeiten treten Impulsfrequenzen von 22,5 Hz (bei 0,26 m/s) bis 334,6 Hz (bei 3,6 m/s) auf. Durch die Mittelwertbildung von vier Impulsfrequenzen verringert sich die am Analogausgang abgegebene Abtastfrequenz des Flügelradanemometers f<sub>A</sub> auf 5,6 Hz (bei 0,26 m/s) bzw. 83,8 Hz (bei 3,6 m/s). Die nachweisbaren NYQUIST-Frequenzen f<sub>N</sub> liegen demnach bei ca. 2,8 Hz (bei 0,26 m/s) und 41,9 Hz (bei 3,61 m/s) (vgl. Anlage A.2). Aus Bild 5.2 ist ersichtlich, dass mit diesem Versuchsaufbau lediglich die Erregerfrequenz der Strömung im Geschwindigkeitsbereich zwischen 0,8 m/s und 3,8 m/s nachzuweisen ist. Für den Nachweis von Eigenfrequenz und Erregerfrequenz der Strömung, war es weiterhin notwendig, die Abtastfrequenz des Flügelrades zu erhöhen. Hierzu wurde das Flügelradanemometer wie in Anschnitt 4.1.5 beschrieben modifiziert. Über den Mikrofoneingang einer Soundkarte konnten nun, mit der Software SpectraLab (Version 4.32.14) der Firma Sound Technology Inc., die vom Flügelrad abgegebenen Spannungssignale aufgenommen werden. Wesentlicher Vorteil dieser Signalaufnahme ist die Auswertung jeder einzelnen Impulsfrequenz des Flügelrades. Da die Mittelwertbildung des Messgerätes Clima Air 3, von vier Impulsen zu einem Momentangeschwindigkeitswert entfällt, entspricht die Abtastfrequenz des Messflügels nun der eigentlichen Impulsfrequenz. Die Abtastfrequenz und damit die nachweisbare NYQUIST-Frequenz erhöht sich somit um den Faktor vier (vgl. Anlage A.3). Die Bilder 5.2 und 5.3 verdeutlichen die Erweiterung des Messbereiches. Die Modifizierung des Flügelradanemometers ermöglichte die Messungen der Eigenfrequenz der Strömung im gesamten Geschwindigkeitsbereich von 0,1 m/s bis 3,7 m/s und die Messung der Erregerfrequenz der Strömung in einem Bereich von 0,4 m/s bis 3,7 m/s.



Bild 5.2: Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz nach Verringerung des Rohrquerschnittes auf DN100, Versuchsreihe 2



Bild 5.3: Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz nach Verringerung des Rohrquerschnittes auf DN100 und Modifizierung des Flügelradanemometers Mini Water 5, Versuchsreihe 2

Das Programm SpectraLab ist für die spektrale Analyse von Tönen konzipiert. Es ermöglicht die Aufnahme und Analyse von Spannungssignalen die in der Regel von einem Mikro- oder Hydrofon aufgenommen werden. Die Software wurde ausschließlich dafür verwendet das vom Flügelrad abgegebene Spannungssignal aufzuzeichnen und in eine Textdatei zu exportieren. Die aufgenommenen Signale weisen Amplituden von ca. ± 13 mV auf und unterscheiden sich in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit in ihrer Frequenz. Dieser Sachverhalt ist in den nachfolgenden Bildern 5.4 bis 5.6 verdeutlicht. So verkürzt sich mit ansteigender Strömungsgeschwindigkeit die Periodendauer T des gemessenen Signals, was definitionsgemäß zu einem Anstieg der Frequenz f führt.



Bild 5.4: Aufgenommenes Spannungssignal für v = 0,22 m/s (Q = 2 l/s)



Bild 5.5: Aufgenommenes Spannungssignal für v = 1,34 m/s (Q = 101/s)



Bild 5.6: Aufgenommenes Spannungssignal für v = 3,26 m/s (Q = 24 l/s)

Für die weitere Auswertung, also die Generierung der Momentangeschwindigkeitswerte, waren nach Gleichung (5.1) lediglich die Impulsfrequenzen, nicht die Amplituden der aufgezeichneten Signale von Interesse. Alle Messreihen wurden von SpetraLab mit einer Frequenz von 8.000 Hz aufgenommen, was die detailgetreue Aufnahme der vom Flügelradanemometer abgegebenen Spannungen ermöglichte. Hier wurde bewusst die geringste Abtastfrequenz des Programms SpectraLab gewählt um die Größe der Datensätze möglichst gering zu halten. Die weitere Datenverarbeitung erfolgte maßgeblich über das Programm Excel.

Mit dem modifizierten Versuchsaufbau wurden Messungen in unterschiedlicher Anordnung des Messflügels aufgenommen. Der Messflügel wurde zuerst auf Position der Rohrachse angebracht und die Messreihe 1 erstellt. Anschließend wurde der Messflügel zur Aufnahme einer zweiten Messreihe im Querschnitt zur Wand auf diejenige Position verschoben an der die mittlere Geschwindigkeit v zu erwarten war. Zur Ermittlung dieser Position wurde das 1/7 Potenzgesetz nach BLASIUS für glatte Rohre verwendet, Gleichung (2.26). Die mittlere Fließgeschwindigkeit v tritt demnach, bei einem Rohrinnendurchmesser von 99,4 mm, in einer Entfernung von  $y_m = 37,72$  mm von der Rohrachse auf (vgl. Abschnitt 2.2.1). Da das 1/7 Potenzgesetz von BLASIUS in seiner Anwendung für REYNOLDSzahlen bis zu 10<sup>5</sup> beschränkt ist, verändert sich diese Entfernung mit dem von der REYNOLDSzahl abhängigen Exponenten. Bei den im Hydrolabor Schleusingen durchgeführten Versuchen treten REYNOLDSzahlen bis circa  $3*10^5$  auf (vgl. Anlage A.2 und Anlage A.3), was eine Überprüfung des Wertes y<sub>m</sub> erfordert. Werden die in Tabelle 2.1 aufgeführten  $\beta$ -Werte in Gleichung (2.27) eingesetzt, ergeben sich in Verbindung mit Gleichung (2.26) für den Rohrinnendurchmesser d<sub>i</sub> =99,4 mm die folgenden (von Re abhängigen) Entfernungen y<sub>m</sub> (Tabelle 5.2).

Exponent	β[-]	y <sub>m</sub> [mm]
1/7	0,817	0,758*r = 37,67
1/8	0,837	0,759*r = 37,72
1/9	0,853	0,761*r = 37,82
	Exponent 1/7 1/8 1/9	Exponentβ[-]1/70,8171/80,8371/90,853

Tabelle 5.2: Abstand y<sub>m</sub> in Abhängigkeit von Re

Die Entfernung  $y_m$  variiert in Abhängigkeit der REYNOLDSzahl und daher der Fließgeschwindigkeit (kinematische Viskosität und Rohrinnendurchmesser stellen hier Konstanten dar) nur um 1,5 mm. Aufgrund dieser als gering eingeschätzten Variation wurde das Flügelrad für die Aufnahme der zweiten Messreihe, unabhängig von der auftretenden Fließgeschwindigkeit, auf die Entfernung von der Rohrachse  $y_m = 37,7$  mm eingestellt. Die Einbaustellen des Messflügels sind in Bild 5.7 schematisch dargestellt.



Bild 5.7: Einbaustellen des Flügelrades innerhalb der Versuchsreihe 2 (schematische Darstellung), a) Rohrachse, b)Rohrachse + y<sub>m</sub>

Für beide Flügelradanordnungen wurden für die Durchflüsse 2l/s bis 28l/s, in Schritten von 2 l/s, je vier Messungen über einen Zeitraum von 8 Sekunden aufgenommen. Die Messwerte wurden als Textdatei in Excel exportiert und der zeitliche Bezug hinzugefügt. Hierfür wurde dem ersten Messwert der Zeitpunkt 0/8000 Sekunden, dem zweiten Messwert der Zeitpunkt 1/8000 Sekunden usw. zugeordnet. In einem zweiten Schritt wurden dann die maßgeblichen Nullstellen für die Berechnung der Periodendauer bestimmt. Dabei wurden jeweils die Stellen in den Messreihen gesucht an denen auf einen negativer Messwerte ein positiver Messwert folgt. Die Nullstelle liegt naturgemäß zwischen

den zwei Messpunkten. Die eigentliche Bestimmung der Nullstelle erfolgte dann durch lineare Interpolation der zwei Messwerte. Aus den Nullstellen konnten nun die Periodendauer, folglich die Frequenzen des Signals und nach Gleichung (5.1) die entsprechenden Momentangeschwindigkeiten berechnet werden. Der systematische Ablauf der Signalverarbeitung soll nachfolgend anhand der Messung 16\_01\_RA (erste von vier Messungen in Rohrachse bei einem Durchfluss von 16 l/s) verdeutlicht werden. In den Spalten A und B des Arbeitsblattes wurde wie beschrieben der zeitliche Bezug der Messung hergestellt. Die nachfolgenden Spalte C diente dem Import des aufgenommenen Signals. Durch den Export der Daten im \*.txt Format gingen die Informationen über die Kommastellen verloren. Um die richte Dimension der Daten herzustellen, wurden die importierten Werte in Spalte D durch den Wert 10<sup>3</sup> dividiert (Bild 5.8).

Microsoft Excel - 16_01_RA.xls									
D	🖻 🔚 🔒 🤅	6 🖨 🖪 🛡	8 8 0-	😪 24 🛍	100% 🚽 🌺 Arial	- 10 - F	<u>K u</u>  ≣ ≡ ≡	≣ ፼ € %	
<b>B</b>	Datei Bearbei	iten Ansicht	Finfügen For	mat Extras	Daten Fenster ?			Frac	
	A A mark				Land Duran T				
	🛿 🔀 🜃 🕼 🕼 🔽 😼 🖓 🚱 🛃 🖓 Bearbeitung zurücksenden Bearbeitung beenden 🖕								
	X47 -	fx							
	A	В	С	D	E	F	G	Н	
1	Abstastrate:	Datum:	Zeit:		Durchfluss [I/s]				
2	8000 Hz	1.Dez.	12.37		16[l/s](1)				
3	Nr.	Zeit [s]	Import	m∨		t (Nullstelle)	Periodendauer T	Impulsfrequenz f	
4	0	0.0000000	8487	8.487	keine Nullstelle	0.0031721			
5	1	0.0001250	6824	6.824	keine Nullstelle	0.0083119	0.0051398	194.6	
6	2	0.0002500	4695	4.695	keine Nullstelle	0.0132896	0.0049776	200.9	
7	3	0.0003750	2232	2.232	Nullstelle halbe Periode	0.0181575	0.0048680	205.4	
8	4	0.0005000	-211	-0.211	keine Nullstelle	0.0231592	0.0050017	199.9	
9	5	0.0006250	-2439	-2.439	keine Nullstelle	0.0282845	0.0051253	195.1	
10	6	0.0007500	-4477	-4.477	keine Nullstelle	0.0333965	0.0051120	195.6	
11	7	0.0008750	-6155	-6.155	keine Nullstelle	0.0383876	0.0049911	200.4	
12	8	0.0010000	-7536	-7.536	keine Nullstelle	0.0434179	0.0050303	198.8	
13	9	0.0011250	-8683	-8.683	keine Nullstelle	0.0483701	0.0049522	201.9	
14	10	0.0012500	-9464	-9.464	keine Nullstelle	0.0533142	0.0049441	202.3	
15	11	0.0013750	-9996	-9.996	keine Nullstelle	0.0580633	0.0047491	210.6	
16	12	0.0015000	-10399	-10.399	keine Nullstelle	0.0628620	0.0047987	208.4	
17	13	0.0016250	-10595	-10.595	keine Nullstelle	0.0678012	0.0049392	202.5	
18	14	0.0017500	-10730	-10.73	keine Nullstelle	0.0726038	0.0048027	208.2	
19	15	0.0018750	-10588	-10.588	keine Nullstelle	0.0773285	0.0047247	211.7	
20	16	0.0020000	-10370	-10.37	keine Nullstelle	0.0820515	0.0047230	211.7	
21	17	0.0021250	-10056	-10.056	keine Nullstelle	0.0868255	0.0047741	209.5	
22	18	0.0022500	-9493	-9.493	keine Nullstelle	0.0916729	0.0048474	206.3	
23	19	0.0023750	-8896	-8.896	keine Nullstelle	0.0964009	0.0047280	211.5	
24	20	0.0025000	-8051	-8.051	keine Nullstelle	0.1011787	0.0047778	209.3	
25	21	0.0026250	-7067	-7.067	keine Nullstelle	0.1061004	0.0049217	203.2	
26	22	0.0027500	-5861	-5.861	keine Nullstelle	0.1110702	0.0049697	201.2	
27	23	0.0028750	-4390	-4.39	keine Nullstelle	0.1158327	0.0047625	210.0	

Bild 5.8: Excelarbeitsblatt der Messung 16\_01\_RA

Wird die Spalte D über B aufgetragen, ergibt sich folgendes Diagramm des Spannungssignals. Die Darstellung beschränkt sich in Bild 5.9 aus Gründen der Übersichtlichkeit auf einen Zeitraum von 0,2 Sekunden.



Bild 5.9: Spannungssignal der Messung 16\_01\_RA

Nachfolgend wurden in Spalte E die Nullstellen der einzelnen Schwingungen des Signals bestimmt und in Spalte F sortiert. Durch Subtraktion der Nullstellen konnte die Periodendauer der einzelnen Schwingungen berechnet werden (Spalte G). Die Impulsfrequenz ergibt sich aus dem Kehrwert der Periodendauer und ist in Spalte H dargestellt (Bild 5.8). Die Impulsfrequenzen wurden in einem letzten Schritt nach Gleichung (5.1) in Geschwindigkeiten (Spalte J) umgerechnet und auf den Zeitpunkt t<sub>f</sub> (Spalte I) bezogen (vgl. Bild 5.10).

- 16_01_RA.xls								
BL 🖨 DL 🖤 X ∽ - RB A+ ML 100% • 🔭 Arial 🔹 • 10 • F K 🗵 📰 🔄 🕏 € % 000 💯 🖃 • 🅭 • 🗛								
iten Ansicht	ten Ansicht Einführen Format Extras Daten Fenster ?							
- -		durandar – – –						
◙    ⊻ -	B 0=1   To bearbeitung zuruc	Ksenden bearbeitung bee	nden 🗸					
ţ,	-	-						
D	E	F	G	н		J	K	
	Durchfluss [I/s]					†l(mittel)=	200.9774553	
	16[l/s](1)					v <sub>m</sub> =	2.1701588	
mV		t (Nullstelle)	Periodendauer T	Impulsfrequenz f <sub>l</sub>	t <sub>f</sub>	Geschwindigkeit v [Hz]	٧m	
8.487	keine Nullstelle	0.0031721						
6.824	keine Nullstelle	0.0083119	0.0051398	194.6	0.006	2.101	2.1701588	
4.695	keine Nullstelle	0.0132896	0.0049776	200.9	0.011	2.169	2.1701588	
2.232	Nullstelle halbe Periode	0.0181575	0.0048680	205.4	0.016	2.218	2.1701588	
-0.211	keine Nullstelle	0.0231592	0.0050017	199.9	0.021	2.159	2.1701588	
-2.439	keine Nullstelle	0.0282845	0.0051253	195.1	0.026	2.107	2.1701588	
-4.477	keine Nullstelle	0.0333965	0.0051120	195.6	0.031	2.113	2.1701588	
-6.155	keine Nullstelle	0.0383876	0.0049911	200.4	0.036	2.164	2.1701588	
-7.536	keine Nullstelle	0.0434179	0.0050303	198.8	0.041	2.147	2.1701588	
-8.683	keine Nullstelle	0.0483701	0.0049522	201.9	0.046	2.180	2.1701588	
-9.464	keine Nullstelle	0.0533142	0.0049441	202.3	0.051	2.184	2.1701588	
-9.996	keine Nullstelle	0.0580633	0.0047491	210.6	0.056	2.273	2.1701588	
-10.399	keine Nullstelle	0.0628620	0.0047987	208.4	0.060	2.249	2.1701588	
-10.595	keine Nullstelle	0.0678012	0.0049392	202.5	0.065	2.186	2.1701588	
-10.73	keine Nullstelle	0.0726038	0.0048027	208.2	0.070	2.248	2.1701588	
-10.588	keine Nullstelle	0.0773285	0.0047247	211.7	0.075	2.284	2.1701588	
-10.37	keine Nullstelle	0.0820515	0.0047230	211.7	0.080	2.285	2.1701588	
-10.056	keine Nullstelle	0.0868255	0.0047741	209.5	0.084	2.261	2.1701588	
-9.493	keine Nullstelle	0.0916729	0.0048474	206.3	0.089	2.227	2.1701588	
-8.896	keine Nullstelle	0.0964009	0.0047280	211.5	0.094	2.283	2.1701588	
-8.051	keine Nullstelle	0.1011787	0.0047778	209.3	0.099	2.259	2.1701588	
-7.067	keine Nullstelle	0.1061004	0.0049217	203.2	0.104	2.194	2.1701588	
-5.861	keine Nullstelle	0.1110702	0.0049697	201.2	0.109	2.173	2.1701588	
-4.39	keine Nullstelle	0.1158327	0.0047625	210.0	0.113	2 266	2 1701588	

Bild 5.10: Ermittlung der Momentangeschwindigkeiten und der zeitliche Zuordnung

t<sub>f</sub> berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$t_f = t_x + \left(\frac{t_{x+1} - t_x}{2}\right).$$
(5.2)

Der Term  $t_{x+1} - t_x$  bezeichnet dabei die Periodendauer einer Schwingung (Bild 5.11).



Bild 5.11: Berechnung von t<sub>f</sub> (schematische Darstellung)

Das Auftragen der Spalte J über Spalte I zeigt die aufgezeichneten Geschwindigkeitsschwankungen im Zeitverlauf (Bild 5.12).



Bild 5.12: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen der Messung 16\_01\_RA

### 5.1.2.2 TRANSFORMATION IN DEN FREQUENZBEREICH

Die gewonnenen Informationen über die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen wurden mit Hilfe einer Frequenz-Analyse hinsichtlich der dominanten Frequenzen untersucht. Dabei werden die aufgenommenen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen, wie in Kapitel 3 beschrieben, als eine Vielzahl von überlagerten sin- und cos-Schwingungen mit den Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  definiert. Die

Schwingungen weisen die Frequenzen  $f_n = 1/T_n$  auf, wobei  $T_n$  die Periodendauer einer Schwingung bezeichnet. Die im ersten Teil der Auswertung erzeugten Datensätze der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen sind aufgrund der gewählten zeitlichen Zuordnung  $t_f$  (vgl. Abschnitt 5.1.2.1) nichtäquidistant. Daher wurde für die Transformation in den Frequenzbereich, der im Abschnitt 3.6 beschriebene Algorithmus des Lomb-Scargle-Periodogramms angewandt, den gemessenen Verläufen um aus der Momentangeschwindigkeit Amplitudenspektren zu erzeugen. Für alle untersuchten Datensätze wurde das in Abschnitt 3.5.1 erläuterte HAMMING-Fenster zur Anwendung gebracht und die in den Spektren darstellbare Anzahl der Frequenzen auf den Maximalwert von 65.536 eingestellt, um ein möglichst hochauflösendes Frequenzspektrum zu erhalten. Bild 5.13 zeigt das Amplitudenspektrum der in Bild 5.12 dargestellten turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen des Versuches 16\_01\_RA mit einem eindeutig zu identifizierenden Peak bei 54,9 Hz und einer Anhäufung von Peaks im Bereich von 0 Hz -5 Hz (für die vollständige Auswertung der Messergebnisse wird auf das Kapitel 6 verwiesen).



Bild 5.13: Amplitudenspektrum der Messung 16\_01\_RA

#### 5.1.3 VERSUCHSREIHE 3 - AUFNAHME STATISTISCHER MESSREIHEN

Die in der Versuchsreihe 2 durchgeführten Versuche erstrecken sich über einen relativ weiten Durchflussbereich und geben eindeutige Hinweise über das Auftreten der Eigenfrequenz der Strömung (siehe Kapitel 6). Pro Strömungssituation wurden innerhalb der Versuchreihe 2 jedoch nur vier Messreihen über acht Sekunden aufgenommen. Um eine statistische Betrachtung der Messungen durchzuführen und zu überprüfen ob die analog derer in Versuchsreihe 2.

## 5.2 MESSUNGEN MITTELS LASER-DOPPLER-ANEMOMETER

Durch die im Hydrolabor Schleusingen durchgeführten Flügelradmessungen konnte die Eigenfrequenz der Strömung mit Hilfe geeigneter Annahmen nachgewiesen werden (wie in Kapitel 6 dargestellt). Die Störung durch die plötzliche Rohrverengung von DN150 auf DN100 und den direkten Einbau des Messflügels in das Strömungsmedium sowie die Trägheit des Messflügels gaben Anlass die Momentangeschwindigkeiten mit einem anderen Messgerät und möglichst hoher Genauigkeit zu bestimmen. Für diese Messungen wurde das in 4.2.1 beschriebene LDA - System verwendet.

### 5.2.1 VERSUCHSREIHE 4 - MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN100

Innerhalb der Versuchsreihe 4 wurden für die manuell eingestellten Durchflüsse 10 l/s, 16 l/s und 22 l/s Geschwindigkeitsprofile der turbulenten Rohrströmungen vermessen. Die in den jeweiligen Messpunkten aufgenommenen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen wurden mittels FOURIER-Analyse auf dominante Frequenzen hin untersucht. Eine rechnerische Überprüfung der, mit dem Ultraschallmessgerät aufgenommenen, zeitlichen Verläufe des Durchflusses ergab im Mittel die Durchflüsse 9,9 l/s, 15,9 l/s und 22,0 l/s. Für diese Durchflüsse und den Rohrinnendurchmesser d<sub>i</sub> = 100 mm sowie der kinematischen Viskosität v =1,24\*10<sup>-06</sup> (bei 12°C) ergeben sich nach BÜNGER die in Tabelle 5.3 aufgeführten Frequenzen.

Q	V	Re	Eigenfrequenz der Strömung $f_E$	Erregerfrequenz der Strömung f <sub>R</sub>	Eigenfrequenz des Fluides f <sub>F</sub>
[l/s]	[m/s]	[-]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
9,9	1,26	101.654	25,2	3,9	914.509,1
15,9	2,02	163.262	40,5	2,4	2.358.912,8
22,0	2,80	225.897	56,0	1,8	4.348.263,5

Tabelle 5.3: Berechnete BÜNGER-Frequenzen der Versuchsreihe 4

Naturgemäß werden die Laserstrahlen, unter Verringerung des Brechungswinkels  $\Theta$ , am Acrylrohr gebrochen. Der Verfahrweg der Traverse entspricht daher nicht dem Weg den das Messvolumen zurücklegt. Das Verhältnis zwischen Rohrinnendurchmesser d<sub>i</sub>, also dem Weg den das Messvolumen bei vollständiger Durchquerung der Rohrleitung zurücklegen muss, und dem Verfahrweg  $l_t$  der Traverse ermittelt sich zu:

$$\frac{d_i}{l_t} = \frac{100}{72} = 1,39\tag{5.3}$$

Für die Aufnahme der Profile wurde das Messvolumen vorerst möglichst nah an die Rohrwand verfahren, dieser Messposition wurde ein Rohrwandabstand von 1 mm zugeordnet. Im Anschluss an diese Positionierung wurde die Traverse jeweils in Abständen von 2 mm bis an die Traversenposition 37 mm von Messpunkt zu Messpunkt verfahren. Der Abstand des Messvolumens von der Rohrwand ergibt sich aus der Multiplikation der Traversenposition mit dem in Gleichung (5.3) bestimmten Verhältnis. Es wurden somit 19 Messpunkte festgelegt, die das Strömungsprofil von Rohrwand bis Rohrachse erfassen. Tabelle 5.4 gibt Auskunft über die Positionen der Traverse und die jeweiligen Entfernungen des Messvolumens von der Rohrwand.

Messpunkt	Entfernung	Entfernung	Messpunkt	Entfernung	Entfernung
-	Traverse vom	Messvolumen	-	Traverse vom	Messvolumen
	Nullounkt	Rohrwand		Nullounkt	Rohrwand
	Tunpunkt	Rom wand		runpunkt	Romwand
[-]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[mm]
1	1	1,39	11	21	29,19
2	3	4,17	12	23	31,97
3	5	6,95	13	25	34,75
4	7	9,73	14	27	37,53
5	9	12,51	15	29	40,31
6	11	15,29	16	31	43,09
7	13	18,07	17	33	45,87
8	15	20,85	18	35	48,65
9	17	23,63	19	37	51,43
10	19	26,41			

Tabelle 5.4:Messpunkte der Versuchsreihe 4 mit den zugehörigen Traversenpositionen und den<br/>Entfernungen des Messvolumens von der Rohrwand

Aufgrund der zu erwartenden voll ausgeprägten, turbulenten Rohrströmung wurde das Strömungsprofil durch Spiegelung des aufgenommenen Teilprofils an der Rohrachse konstruiert. Die Messungen wurden einerseits durch ein Zeitmaximum von 100 Sekunden, andererseits durch ein Maximum von 100.000 Momentangeschwindigkeitsmessungen begrenzt. Nachdem eines der Maxima erreicht wurde, stoppte die Messung automatisch. Die einzelnen Zeitreihen weisen daher in Abhängigkeit der Datenrate unterschiedliche Längen auf. Das Augenmerk der Messungen richtete sich auf die Gewährleistung einer minimalen Datenrate von 200 Hz. Dieser Wert sichert nach dem Abtasttheorem von NYQUIST (vgl. Abschnitt 3.3) den Nachweis von Frequenzen bis zu 100 Hz. Die, in erster Linie von der Partikelkonzentration abhängige, Datenrate nimmt in Richtung Rohrachse deutlich ab. Aufgrund der sinkenden Datenrate musste der Laser mit immer höheren Spannungen und Signalverstärkungen betrieben. Während unmittelbar an der Rohrwand eine Spannung von 1400 V und eine Signalverstärkung (Gain) von 30 dB, Datenraten von bis zu 1600 Hz sicherstellten, musste in Rohrachse mit 2400 V und 40 dB (Gain) gemessen werden, um eine Datenrate von cirka 200 Hz aufrecht zu erhalten. Für die Optimierung der Messungen wurde das vorhandene Wasservolumen ausgetauscht und dem Klarwasser stufenweise Partikel zugeführt.

Ziel diese Maßnahme war eine optimale Partikeldosierung, mit dem Ergebnis einer möglichst hohen Datenrate bei möglichst geringer Hochspannung und Signalverstärkung. Aus den gewonnenen Zeitreihen der Momentangeschwindigkeiten wurde von der Systemsoftware, durch entsprechende Mittelwertbildung, die mittlere Geschwindigkeit pro Messpunkt ermittelt. Da die Messung beim LDA nach [Tr 02] grundsätzlich von der zufälligen Ankunftszeit der Signale (Partikel) und der Korrelation zwischen Partikelankunftsrate und gemessener Geschwindigkeit abhängig sind, wird systematisch eine zu hohe Geschwindigkeit gemessen. Bei hohen Geschwindigkeiten treten mehr Partikel durch das Messvolumen als bei niedrigeren Geschwindigkeit erfasst als mit einer niedrigen Geschwindigkeit. Daher wird in die Ermittlung des Mittelwertes nach [Tr 02] die Verweilzeit  $\tau_i$  des Partikels im Messvolumen mit einbezogen (Gleichung 5.4).

$$\overline{\mathbf{v}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mathbf{v}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_i}{\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\tau}_i}$$
(5.4)

Mit der Gleichung (5.4) wird der Mittelwert der Geschwindigkeit unabhängig von der Teilchenrate und somit erwartungsgetreu. Die aufgenommenen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in den einzelnen Messpunkten wurden analog zu den Flügelradmessungen mittels Lomb-Scargle-Periodogramm (siehe Abschnitt 3.6) in den Frequenzbereich transformiert und auf dominante Frequenzen untersucht. Bild 5.14 zeigt die gemessenen Geschwindigkeitsschwankungen für den Durchfluss Q = 15,9 l/s am Messpunkt 10, Bild 5.15 das zugehörige Amplitudenspektrum (für die vollständige Auswertung und Interpretation der Messergebnisse wird auf das Kapitel 6 verwiesen).

3.7



Bild 5.14: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen am Messpunkt 10 für Q = 15,9 l/s, Versuchsreihe 4



Bild 5.15: Amplitudenspektrum der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen am Messpunkt 10 für Q = 15.9 l/s, Versuchsreihe 4

# 6 AUSWERTUNG UND INTERPRETATION DER MESSWERTE

# 6.1 VORBEMERKUNG

Innerhalb dieses Kapitels sollen die Messergebnisse der Versuchsreihen 1 bis 4 ausgewertet werden. Im Vordergrund steht dabei der Nachweis der von BÜNGER prognostizierten Frequenzen. Die Ausführungen im Kapitel 5 verdeutlichten, dass es unter den gegebenen Strömungsbedingungen mit der vorhandenen Messtechnik nicht möglich ist die, in einem Bereich von 20 kHz - 300 kHz auftretende, Eigenfrequenz des Fluides nachzuweisen. Darüber hinaus tritt die Eigenfrequenz des Fluides nach [Kr 88] auch in ruhenden Flüssigkeiten auf. Die Existenz dieser Frequenz wird den Molekühleigenrotationsfrequenzen der jeweiligen Flüssigkeitsmolekühlen zugeschrieben [Kr 88]. Durch Molekühlschwingungen hervorgerufene Frequenzen können mit den zur Anwendung gebrachten Messtechniken Flügelradanemometer und des Laser-Doppler-Anemometer nicht nachgewiesen werden. Daher wird die Auswertung der Messergebnisse auf den Nachweis der Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung beschränkt. Darüber hinaus sollen die verwendeten Messtechniken (Flügelradanemometer und Laser-Doppler-Anemometer) vergleichend betrachtet, mögliche Abweichungen der Messwerte interpretiert und Optimierungsmöglichkeiten bei der Aufnahme und Auswertung von turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen herausgearbeitet werden.

# 6.2 VERSUCHSREIHE 1 - MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN150

Wie in Kapitel 5.1.1 erläutert, konnten die im Hydrolabor Schleusingen erzielten Ergebnisse der Versuchsreihe 1 keine Hinweise auf das Auftreten der von BÜNGER beschriebenen Frequenzen geben. Die Gründe für dieses Verhalten wurden ebenfalls in 5.1.1 erläutert und bedürfen hier keiner zusätzlichen Auswertung.

Die aufgenommenen Datensätze der Versuchsreihe 1 sind der Anlage A.11 zu entnehmen.
Im Ordner "Daten Versuchsreihe 1" befinden sich die entsprechenden Excel- und FlexPro-Daten sowie die erzeugten Spektren als \*jpg Format.

# 6.3 VERSUCHSREIHE 2 - MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN100

Die Auswertung der Ergebnisse der Versuchsreihe 2 sollen hier hinsichtlich des Messpunktes im Rohrquerschnitt unterschieden werden. In einem ersten Teil werden die Ergebnisse der Messungen in Rohrachse diskutiert, anschließend erfolgt die Betrachtung der Ergebnisse der Messungen an der Stelle Rohrachse +  $y_m$  (siehe Abschnitt 5.1.2). Alle aufgenommenen und ausgewerteten Daten befinden sich als aufbereitete Excel- und FlexPro-Datensätze in der Anlage A.11 (Ordner: "Daten Versuchsreihe 2"). Die FlexPro-Datensätze enthalten die Zeitreihen der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen und die daraus gewonnen Spektren. Zusätzlich wurden die gewonnenen Spektren im \*.jpg-Format hinterlegt.

### 6.3.1 PUNKTUELLE MESSUNGEN IN ROHRACHSE

### 6.3.1.1 EIGENFREQUENZ DER STRÖMUNG

Die Ergebnisse der Messungen in Rohrachse sind für die Eigenfrequenz der Strömung in Anlage A.4 wiedergegeben. Die Spalten der Tabelle beinhalten der Reihe nach folgende Elemente:

#### Durchfluss Q in l/s

Der gewünschte Durchfluss wurde vor den vier Messungen eingestellt, nachdem möglichst konstante Durchflusswerte zur Anzeige gebracht wurden erfolgte zur Kontrolle eine Ablesung unmittelbar vor und nach den vier durchgeführten Messungen. Diese Werte sind unter dem angestrebten Durchflusswert angegeben.

### • Maximale Geschwindigkeit v<sub>max</sub> nach BLASIUS

Die in der Rohrachse zu erwartende Geschwindigkeit  $v_{max}$  wurde nach Gleichung (2.26) für glatte Rohre berechnet. In Abhängigkeit von der REYNOLDSzahl wurde

der Exponent nach Tabelle 2.1 angepasst.

#### Zu erwartende Eigenfrequenz der Strömung f<sub>E</sub>

Die Eigenfrequenz der Strömung  $f_E$  berechnet sich nach Gleichung (1.2). Für die punktuellen Messungen in Rohrachse wurde die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v durch die berechnete maximale Geschwindigkeit  $v_{max}$  ersetzt. Der hydraulische Radius berechnet sich zu  $r_{hy} = d_i/4$ .

#### Gemessene mittlere Geschwindigkeit v<sub>gem</sub>

Die vierte Spalte enthält die vom Flügelradanemometer gemessenen mittleren Geschwindigkeiten. Die Werte ergeben sich durch arithmetische Mittelwertbildung der gemessenen Zeitreihen der Momentangeschwindigkeiten.

## • Gemessene Frequenz f<sub>gem</sub>

Hier sind die gemessenen Frequenzen dargestellt. Für die Identifikation einer dominanten Frequenz wurde das erzeugte Amplitudenspektrum auf lokale Maxima (Peaks) hin untersucht. Im Bereich der vorhergesagten Eigenfrequenz der Strömung traten eindeutig zu identifizierende Peaks auf. In den erzeugten Amplitudenspektren weisen die Peaks dominanter Frequenzen die Höhe der Amplituden der, an das zu analysierende Signal angepassten, sin- bzw. cos-Funktionen auf und unterscheiden sich dadurch vom Rest des Frequenzbandes, deren Amplituden ein deutlich niedrigeres Niveau aufweisen (vgl. dazu Anlage A.5 bis Anlage A.7).

# Abweichung der gemessenen Geschwindigkeit v<sub>gem</sub> von der maximalen Geschwindigkeit v<sub>max</sub>

In der vorletzten Spalte befindet sich die prozentuale Abweichung der vom Flügelradanemometer gemessenen Geschwindigkeit von der, in Rohrleitung auftretenden, maximalen Geschwindigkeit.

#### Abweichung der gemessenen Frequenz von der zu erwartenden Frequenz f<sub>E</sub>

Zum Vergleich der berechneten und der gemessenen Frequenz wurde die Abweichung der gemessenen Frequenz von der erwarteten Eigenfrequenz der Strömung in % berechnet. Die Ergebnisse (vgl. dazu Anlage A.4) zeigen, dass sich die gemessenen Frequenzen mit unterschiedlichen Abweichungen im Bereich der vorhergesagten Eigenfrequenzen der Strömung befinden. Lediglich die vier Versuche für den Durchfluss von 4 l/s konnten keine Ergebnisse liefern. In diesen Spektren traten keine eindeutigen Peaks im Bereich der zu erwartenden Eigenfrequenz der Strömung auf. Im Durchflussbereich von 6 - 28 l/s kann eine relativ gute Übereinstimmung zwischen berechneter Eigenfrequenz der Strömung  $f_E$  und gemessener Frequenz  $f_{gem}$  festgestellt werden, die Abweichung liegt in diesem Bereich im Mittel bei 11,3 %. Das Maximum der Abweichung befindet sich bei 25,3 %, das Minimum bei 4,9 %. Die gemessene Frequenz liegt im Trend also über der zu erwartenden Eigenfrequenz der Strömung  $f_E$ . Für den Durchfluss 2 l/s treten geringere Abweichungen auf, sie liegen im Mittel bei 0,4 %. Die gemessenen Frequenz der Strömung  $f_E$  nach Mittelwertbildung der vier Einzelversuche pro Durchflusssituation gibt Tabelle 6.1 wieder.

	Mittelwertbil	aung der vier E	inzelversuche			
Q	V	Re	V <sub>max</sub>	$f_E$	$f_{gem}$	Abweichung
	(=Q/A)				0	
[l/s]	[m/s]	[-]	[m/s]	[Hz]	[Hz]	[%]
28	3,61	278246	4,23	85,1	94,1	10,5
26	3,35	258371	3,93	79,0	87,4	10,6
24	3,09	238497	3,63	73,0	81,2	11,3
22	2,84	218622	3,32	66,9	73,2	9,4
20	2,58	198747	3,08	62,0	67,2	8,4
18	2,32	178872	2,77	55,8	61,8	10,9
16	2,06	158998	2,46	49,6	56,0	13,0
14	1,80	139123	2,16	43,4	47,6	9,8
12	1,55	119248	1,85	37,2	41,6	12,0
10	1,29	99374	1,54	31,0	35,2	13,7
8	1,03	79499	1,23	24,8	28,0	13,0
6	0,77	59624	0,92	18,6	21,0	12,8
4	0,52	39749	0,63	12,7		
2	0,26	19875	0,32	6,3	6,4	0,4

Tabelle 6.1:Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach<br/>Mittelwertbildung der vier Einzelversuche





Bild 6.1: Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung in Rohrachse

Bei Annahme eines durch das, 1/7 Potenzgesetz von BLASIUS zu beschreibende Geschwindigkeitsprofil (siehe 2.2.1) wird in Rohrachse eine zu geringe Geschwindigkeit gemessen. Im Mittel beträgt die Abweichung der Geschwindigkeit -6,9 %. Das Minimum der Geschwindigkeitsabweichung liegt bei -0,4 %, das Maximum bei -7,5 %. Es treten also zwei widersprüchlich anmutende Phänomene auf. Es wird einerseits eine zu geringe Geschwindigkeit, andererseits aber eine zu hohe Frequenz gemessen. Nach Gleichung (1.2) hat eine geringere Geschwindigkeit, bei unverändertem hydraulischem Radius auch eine geringere Eigenfrequenz der Strömung zur Folge. Der Theorie von BÜNGER folgend, müssten also bei im Mittel um 11 % erhöht gemessenen Frequenzen auch Geschwindigkeiten gemessen werden, die die erwarteten maximalen Geschwindigkeiten überschreiten. Dies ist bei den betrachteten Messungen nicht zu beobachten und fordert daher eine, nachfolgend ausgeführte, Erklärung. Es sei zuvor noch darauf hingewiesen, dass der Mittelwert der Momentangeschwindigkeit v keinen direkten Einfluss auf die FOURIER-Transformation hat. Entscheidend ist hier eine möglichst genaue Beschreibung der Schwankungskomponente v' der Momentangeschwindigkeit im Zeitverlauf. Die Auswertung des zeitlichen Verlaufes der Momentangeschwindigkeit v (v = v + v') liefert identische Ergebnisse (Frequenzen) wie die Auswertung des Verlaufes der Schwankungskomponente v'.

Die Abweichungen der gemessenen Geschwindigkeiten von den zu erwartenden maximalen Geschwindigkeiten und der gemessenen Frequenzen von den berechneten Eigenfrequenzen der Strömung können durch die folgende drei Ursachen erklärt werden:

# • Das Flügelradanemometer detektiert eine von der Realität abweichende Momentangeschwindigkeit v = v + v'.

Die Messergebnisse von Flügelradanemometern werden nach [Rö] durch Dichte, Temperatur und Druck des Strömungsmediums beeinflusst. Die Berücksichtigung dieser Parameter und die damit einhergehende Korrektur der sogenannten aktuellen Geschwindigkeit zu einer Normgeschwindigkeit, wird in der Regel durch das digitale Messgerät ClimaAir 3 gewährleistet. Durch die beschriebene Modifizierung des Messflügels zur Erhöhung der Impulsfrequenz (siehe 5.1.2) konnte diese Messwertkorrektur nicht mehr vorgenommen werden. Es erfolgte lediglich ein Zuordnung der Momentangeschwindigkeit anhand der gemessenen Impulsfrequenzen (vgl. Abschnitt 5.1.21) Die fehlende Messwertkorrektur ist vermutlich für die gering zu gemessenen mittleren Geschwindigkeiten des Flügelradanemometers verantwortlich. Des Weiteren ist die Flügelradanemometermessung eine mit Trägheit behaftete Messmethode. Ein Teil der Strömungsenergie muss zur Überwindung der Lagerreibung des Flügelrades aufgebracht werden. In der Realität beginnt sich das Flügelrad also bei kleinsten Strömungsgeschwindigkeiten noch nicht zu drehen. Eine Bewegung des Flügelrades wird erst initiiert, wenn ausreichend Energie vorhanden ist, die Reibungskraft des Lagers zu überwinden. Die Höhe des aufzuwendenden Energieanteils ist nach [Rö] von der Güte der Lagerung und vom Verhältnis des Drehmoments des Flügelrades zum Drehmoment der Lagerung abhängig. Aufgrund der zu überwindenden Trägheit werden im Trend zu geringe Geschwindigkeiten erfasst. Zur Aufnahme der Geschwindigkeitsschwankungen ist es notwendig, die sich durch Turbulenzen ständige ändernde Geschwindigkeit zu erfassen. Es ist davon auszugehen, dass das Flügelrad diesen Geschwindigkeitsschwankungen durch die ihm eigene Trägheit nur bedingt und zeitverzögernd folgen kann. Die vom Flügelradanemometer gemessenen Mittelwerte der Momemtangeschwindigkeiten werden abweichen. Trotzdem also von der Realität können die aufgezeichneten Schwankungskomponenten v die auftretenden turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen relativ gut beschreiben.

Ein von der Realität abweichender, gemessener Geschwindigkeitsmittelwert  $\overline{v}$  ist unter den gegebenen Modifikationen des Flügelrades zu erwarten.

## • Der Einbau des Messflügels verringert den Fließquerschnitt

Der direkte Einbau des Messflügels in die Rohrströmung hat eine Verringerung des abflusswirksamen Fließquerschnittes zur Folge welche eine der Erhöhung Fließgeschwindigkeit verursacht. Wesentlichen Einfluss hat dabei die Anströmfläche des Schaftes. Für die Messungen in Rohrachse besitz der Schaft bei einem Durchmesser von 15 mm und einer Eintauchtiefe von 27,7 mm eine Anströmfläche von 415,5 mm<sup>2</sup> bzw. 0,00042 m<sup>2</sup>. Die Reduzierung des gesamten Rohrquerschnittes (0,00776 m<sup>2</sup>) um diesen Betrag ergibt einen abflusswirksamen Fließquerschnitt von  $A_{red} = 0,00734 \text{ m}^2$ . Die durch den verengten Fließquerschnitt hervorgerufenen höhern Fließgeschwindigkeiten erfordern eine Korrektur der von BÜNGER prognostizierten Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung. Tabelle 6.3 zeigt die mit der reduzierten Fließfläche berechneten Eigenfrequenzen der Strömung und die dadurch reduzierten Abweichungen. Einen Überblick der verminderten Abweichungen gibt Bild graphischen 6.2. Im Geschwindigkeitsbereich von 1 m/s bis 4,5 m/s konnten die Abweichungen auf 3,0 % bis 7,1 % verringert werden. Für den Durchfluss von 2 l/s vergrößert sich die Abweichung von 0,5 % auf -5,2 %. Im mittel tritt eine Abweichungen von 4,1 % auf.

Q	V	Re	V <sub>max</sub>	$f_{\rm E}$	$f_{\text{gem}}$	Abweichung
[1/s]	$(=Q/A_{red})$ [m/s]	[-]	[m/s]	[Hz]	[Hz]	[%]
28	3,81	293987,1	4,47	89,9	94,1	4,4
26	3,54	273303,0	4,15	83,6	87,4	4,3
24	3,27	251988,9	3,83	77,1	81,2	5,1
22	2,99	230937,4	3,51	70,6	73,2	3,5
20	2,72	209990,8	3,19	64,2	67,2	4,4
18	2,45	188991,7	2,93	58,9	61,8	4,7
16	2,18	168255,1	2,61	52,5	54,1	3,0
14	1,91	146993,6	2,28	45,8	47,6	3,7
12	1,63	125994,5	1,95	39,3	41,6	5,6
10	1,36	104942,9	1,63	32,7	35,2	7,1
8	1,09	83996,3	1,30	26,2	28,0	6,5
6	0,82	62997,2	0,98	19,6	21,0	6,4
4	0,54	41998,2	0,67	13,4		
2	0,27	20999,1	0,33	6,7	6,4	-5,2

Tabelle 6.2:Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach<br/>Verringerung des Fließquerschnittes durch den Messflügeleinbau in Rohrachse



Bild 6.2: Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung bei reduziertem Fliessquerschnitt A<sub>red</sub> der Messungen in Rohrachse

## • Die plötzliche Rohrverengung beeinflusst die Strömung am Messpunkt

Die Rohrverengung in 3,30 m Entfernung vor dem Messpunkt stört die Strömung vermutlich so stark, dass die Auswirkungen auch noch am Messpunkt vorhanden sind. [Si 96] gibt die Länge einer Beruhigungsstrecke hinter einer Störung für turbulente Strömungen mit

$$L_{B_t} / d \approx 25...50$$
 (6.1)

an. Als Maximalwert ergibt sich demnach für die betrachtete Rohrleitung eine Beruhigungsstrecke von  $L_{B,t} = 4,97$  m.

Die Störung durch die Rohrverengung ist auch rechnerisch nachvollziehbar und soll nachfolgend näher betrachtet werden. An der Rohrverengung löst sich nach [Bo 00] die Strömung an der scharfen Rohrkante ab (Bild 6.3). In der Ablösungszone kommt es zur Verzögerung, Rotation und zu rückwärts gerichteten Bewegungen der Flüssigkeit. Die Hauptströmung wird dadurch auf den Querschnitt A<sub>0</sub> eingeengt, was im Bereich der Ablösungszone mit einer Erhöhung der Fließgeschwindigkeit einhergeht.



Bild 6.3: Ablösung der Strömung durch Rohrverengung, aus [Bo 00]

Es wird vermutet, dass auch am Messpunkt der Fließquerschnitt noch verengt ist und daher erhöhte Geschwindigkeiten auftreten. Der Versuchsaufbau unterschreitet deutlich die von NIKURADSE und BLASIUS vorgeschlagene und häufig angewendete Länge der Einlaufstrecke  $La = (50...100) \cdot d$ , was bei einem Innendurchmesser von 0,0994 m einer Länge von 4,97 m bis 9,94 m entspricht. Real existierte eine Einlaufstrecke von ca. 3,30 m, so dass ein Einfluss der Störung am Messpunkt nicht ausgeschlossen werden kann. Um die maximale Einschnürung des Fließquerschnittes zu berechnen, wurde das Verhältnis  $A_2/A_1 = 0,0078/0,0164 = 0,47$  berechnet.

Aus Bild 6.4 kann nach IDELČIK [Bo 00] mit dem vorhandenen Querschnittsverhältnis von 0,47 ein Verlustbeiwert von 0,30 abgelesen werden.



Bild 6.4: Verlustbeiwert  $\zeta_{v}$  und Einschnürungsbeiwert  $\psi$  bei plötzlicher Rohrverengung, aus [Bo 00] Mit der Gleichung

$$\zeta_V = \left(\frac{A_2}{A_0} - 1\right)^2 \tag{6.1}$$

ergibt sich der Fließquerschnitt A<sub>0</sub> zu 0,005 m<sup>2</sup>. Aus A<sub>0</sub> berechnet sich unmittelbar der hier als d<sub>0</sub> bezeichnete Durchmesser des Fließquerschnittes zu 0,0799 m und der hydraulische Radius  $r_{hy0}$  zu 0,02 m. Die Ablösungszone erstreckt sich an diesem Punkt über einem Wandabstand von 9,75 mm aus. Einen Überblick über die zu erwartenden Eigenfrequenzen der Strömung im maximal verengten Fließquerschnitt gibt Tabelle 6.3.

Q	V	Re	V <sub>max</sub>	$f_{\rm E}$	f
	$(=Q/A_0)$		шах	L	gem
[1/s]	[m/s]	[-]	[m/s]	[Hz]	[Hz]
28	5,58	346158,8	6,55	163,9	94,1
26	5,19	321804,1	6,09	152,4	87,4
24	4,79	296707,6	5,61	140,5	81,2
22	4,39	271920,1	5,14	128,7	73,2
20	3,99	247256,3	4,68	117,1	67,2
18	3,59	222530,7	4,21	105,4	61,8
16	3,20	198114,1	3,82	95,6	56,0
14	2,79	173079,4	3,34	83,5	47,6
12	2,39	148353,8	2,86	71,6	41,6
10	1,99	123566,3	2,38	59,6	35,2
8	1,60	98902,5	1,91	47,7	28,0
6	1,20	74176,9	1,43	35,8	21,0
4	0,80	49451,3	0,98	24,4	
2	0,40	24725,6	0,49	12,2	6,4

Tabelle 6.3:Berechnete Eigenfrequenzen der Strömung in Rohrachse des verengtenFließquerschnittes A0

Aus Tabelle 6.3. ist ersichtlich, dass aufgrund der erhöhten Fließgeschwindigkeit im verengten Querschnitt  $A_0$  deutlich höhere Frequenzen auftreten als die gemessenen Frequenzen. Es wird angenommen, dass sich der Fließquerschnitt auch auf Höhe des Messpunktes noch verengt hat und daher höhere mittlere Strömungsgeschwindigkeiten auftreten als beim ursprünglich voll durchströmten Rohrdurchmesser. Dieser Erkenntnis folgend ist es möglich die vorhandene Abweichung der gemessenen Frequenzen durch einen Geschwindigkeitsaufschlag zu verringern. Wird die mittlere Geschwindigkeit des voll durchflossenen Rohrquerschnittes um acht Prozent erhöht, ergeben sich unter Berücksichtigung der entsprechenden  $\beta$ -Werte (siehe Tabelle 2.1) die in Tabelle 6.4 dargestellten, berechneten Frequenzen. Die erhöhte Geschwindigkeit entspricht einer durchflossenen Querschnittsfläche von 0,0072 m<sup>2</sup>, was zu einem Innendurchmesser von 0,0956 m und einem hydraulischen Radius von 0,0239 m führt. Dementsprechend würde sich die Ablösungszone am Messpunkt der Rohrwand annähern und einen Wandabstand von 1,9 mm einnehmen.

					-	-	
Q	V (=Q/A <sub>2</sub> )	V (+8%)	Re	V <sub>max</sub>	$\mathrm{f}_{\mathrm{E}}$	$\mathbf{f}_{\text{gem}}$	Abweichung
[l/s]	[m/s]	[m/s]	[-]	[m/s]	[Hz]	[Hz]	[%]
28	3,61	3,90	289162	4,57	95,5	94,1	-1,5
26	3,35	3,62	268507	4,25	88,8	87,4	-1,6
24	3,09	3,34	247853	3,92	81,9	81,2	-0,8
22	2,84	3,06	227198	3,59	75,0	73,2	-2,5
20	2,58	2,78	206544	3,33	69,5	67,2	-3,4
18	2,32	2,51	185890	2,99	62,6	61,8	-1,2
16	2,06	2,23	165235	2,66	55,7	56,0	0,5
14	1,80	1,95	144581	2,33	48,7	47,6	-2,2
12	1,55	1,67	123926	2,00	41,7	41,6	-0,2
10	1,29	1,39	103272	1,66	34,8	35,2	1,4
8	1,03	1,11	82618	1,33	27,8	28,0	0,7
6	0,77	0,84	61963	1,00	20,9	21,0	0,5
4	0,52	0,56	41309	0,68	14,2		
2	0,26	0,28	20654	0,34	7,1	6,4	-10,5

Tabelle 6.4:Berechnete Eigenfrequenz der Strömung und gemessene Frequenzen in Rohrachse<br/>nach Annahme einer achtprozentigen Geschwindigkeitserhöhung

Es wird deutlich, dass die Abweichungen durch die oben beschriebenen Annahmen im Durchflussbereich von 6 bis 28 l/s stark verringert werden können. Das Maximum der Abweichung tritt jetzt bei - 3,4 %, das Minimum - 0,2 % auf. Eine Erhöhung der Abweichung ist für den Durchfluss 2 l/s festzustellen, hier vergrößert sich die Abweichung gegenüber der voll durchflossenen Rohrleitung von 0,4 % auf -10,5 %. Eine mögliche Erklärung für diese Verhalten ist der Umstand, dass sich die Ablösungszone bei den geringen Durchflüssen um 2 l/s schon vor dem Messpunkt wieder an die Rohrwand angelegt hat und somit der gesamte Rohrdurchmesser durchströmt wird. Diese Überlegung erklärt auch die geringen Abweichungen im Falle einer voll durchflossenen Rohrleitung. In Bild 6.5 sind die gemessenen Frequenzen den, mit achtprozentigem Geschwindigkeitsaufschlag, berechneten Eigenfrequenzen der Strömung gegenübergestellt.



Bild 6.5: Berechnete und gemessene Eigenfrequenz in Rohrachse nach Abminderung des Fließquerschnittes durch das Auftreten einer Ablösungszone

Das Auftreten der Messabweichungen kann durch die genannten Beeinflussungen erklärt werden. Dabei treten die Effekte parallel auf, so dass eine Quantifizierung und Gewichtung der einzelnen Einflüsse nur schwer möglich ist.

Ein weiterer möglicher Störfaktor besteht durch den direkten Einbau des Messflügels in die turbulente Rohrströmung. Durch den zylinderförmigen Schaft des Flügelradanemometers wird sich eine KARMAN'sche Wirbelstraße ausprägen (vgl. Kapitel 1), so ist es möglich, dass bei den Messungen die STROUHAL-Frequenz detektiert wird. Die STROUHAL-Frequenz der sich ablösenden Wirbel kann mit der STROUHAL-Zahl berechnet werden. In [Bo 05] finden sich empirisch bestimmte STOUHAL-Zahlen verschiedener Autoren. Demnach schwankt die STROUHAL-Zahl im angetroffenen REYNOLDSzahlenbereich 2\*10<sup>4</sup> bis 3\*10<sup>5</sup> von 0,16 bis 0,22. Die STROUHAL-Frequenz berechnet sich durch Umstellen der Gleichung (1.1) nach Gleichung 6.2.

$$f_{Sr} = \frac{Sr \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{L}} \tag{6.2}$$

Dabei bezeichnet Sr die STROUHAL-Zahl, v die Anströmgeschwindigkeit und L eine charakteristische Länge des angeströmten Körpers. Um auszuschließen, dass bei den Messungen eventuell die Frequenz der sich hinter dem Schaft ablösenden Wirbel detektiert wurde, sind in der folgender Abbildung die STROUHAL-Frequenz für die STROUHAL-Zahlen 0,16 und 0,22 den gemessenen Frequenz gegenübergestellt. Die zugehörige Berechnungstabelle findet sich in Anlage A.8.



Bild 6.6: Gegenüberstellung von STROUHAL-Frequenzen und gemessenen Frequenzen in Rohrachse

Als charakteristische Länge des angeströmten Körpers wurde der Schaftdurchmesser des Flügelrades mit 0,015 m eingesetzt. Bild 6.6 zeigt, dass die STROUHAL-Frequenzen deutlich unter den gemessenen Frequenzen liegen. Eine Beeinflussung der Messung durch eine mögliche Rückkopplung der auftretenden STROUHAL-Frequenzen mit der Strömung kann daher ausgeschlossen werden.

Um sicher zu stellen, dass die Messergebnisse nicht ausschließlich von der gewählten Aufnahmelänge von acht Sekunden abhängig sind, wurden die Datensätze der Durchflüsse 10 l/s, 16 l/s, 22 l/s und 26 l/s in Zeitreihen mit einer Länge von zwei Sekunden zerlegt und wie in Abschnitt 5.1.2 erläutert ausgewertet. Je Durchflusssituation entstehen somit sechzehn Datensätze. Die Auswertung dieser Datensätze zeigt Tabelle 6.5.

$f_{gem}$ (für 10 l/s)	f <sub>gem</sub> (für 16 l/s)	$f_{gem}$ (für 22 l/s)	$f_{gem}$ (für 26 l/s)
[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
35,2	54,1	73,3	88,5
36,5	53,6	72,6	87,5
34,5	52,6	72,0	88,4
35,1	52,3	72,7	90,2
35,1	53,3	73,1	89,1
36,5	51,5	73,5	87,1
34,5	53,2	72,7	88,0
35,1	54,6	74,2	85,1
34,4	54,2	73,0	88,8
34,8	54,9	73,0	87,1
35,0	53,3	73,7	87,3
35,96	54,1	72,3	85,7
35,8	55,8	74,2	88,8
35,3	53,9	72,0	88,2
35,1	55,4	71,2	87,0
34,7	54,7	74,3	88,2
	Mittelwe	erte [Hz]	
35,2	53,8	73,0	87,8

Tabelle 6.5:Messergebnisse und Mittelwerte der 2 Sekunden Messreihen für die Durchflüsse 10 l/s, 16 l/s,<br/>22 l/s und 26 l/s

Die aus den sechzehn Einzelergebnissen berechneten Mittelwerte stimmen sehr gut mit den Mittelwerten aus den vier Messungen über acht Sekunden überein (vgl. Tabelle 6.1) und unterscheiden sich maximal um 0,4 Hz. Für den Durchfluss 10 l/s sind beide Mittelwerte mit 35,2 Hz gleichgroß, für die Durchflüsse 16 l/s und 22 l/s besteht eine Differenz der Mittelwerte von 0,2 Hz (Mittelwerte aus acht Sekunden Zeitreihen: 54,0 Hz für 16 l/s; 73,2 Hz für 22 l/s) und für den Durchfluss 26 l/s eine Differenz von 0,4 Hz (Mittelwert aus acht Sekunden Zeitreihen: 87,8 Hz). Aufgrund der guten Übereinstimmung der aus unterschiedlich langen Zeitreihen gebildeten Mittelwerte kann keine Abhängigkeit der Länge turbulenten der Messergebnisse von der Datensätze der Geschwindigkeitsschwankungen festgestellt werden.

#### 6.3.1.2 ERREGERFREQUENZ DER STRÖMUNG

Die unter den vorhandenen Strömungsbedingungen zu erwartenden Erregerfrequenzen der Strömung liegen im für den Menschen nicht hörbaren so genannten Infraschallbereich von 0 Hz bis 16 Hz. Unter den gewählten experimentellen Bedingungen und im Durchflussbereich von 6 l/s bis 28 l/s liegt sie unter 5 Hz. In Tabelle 6.5 sind die berechneten Erregerfrequenzen in Rohrachse dargestellt, maßgebend sei hier die in 6.2.1.1 eingeführte, um acht Prozent erhöhte Geschwindigkeit aufgrund der postulierten Einengung des Fließquerschnittes durch die Ausbreitung einer Ablösungszone.

Q	V <sub>max</sub>	f <sub>R</sub> (erwartet)	Abtastfrequenz Messflügel f.	nachweisbare NYOUIST-Frequenz f.
[l/s]	[m/s]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
28	4,57	1,07	374,44	187,22
26	4,24	1,16	349,33	174,67
24	3,92	1,25	321,01	160,50
22	3,59	1,37	290,70	145,35
20	3,26	1,50	265,73	132,86
18	2,99	1,64	240,94	120,47
16	2,66	1,84	213,82	106,91
14	2,33	2,11	190,44	95,22
12	2,00	2,46	166,52	83,26
10	1,66	2,95	139,94	69,97
8	1,33	3,69	110,39	55,20
6	1,00	4,92	82,67	41,34
4	0,68	7,20	54,80	27,40
2	0,34	14,40	25,79	12,90

Tabelle 6.6: Berechnete Erregerfrequenzen der Strömung in Rohrachse

Die sich im Infraschall befindlichen Erregerfrequenzen der Strömung sind sehr schwer, bisweilen nicht eindeutig, zu identifizieren. Das liegt an der Vielzahl nicht vermeidbarer Störungen in diesem Frequenzbereich. So verursachen z.B. Baustellen, Straßen- und Schienenverkehr mechanische Schwingungen deren Frequenzen sich im Infraschallbereich befinden und vom Menschen als Vibrationen wahrgenommen werden können. Während der Aufnahme der Messwerte fand in ca. 50 m Entfernung zum Hydrolabor ein starker Schienenrangierverkehr statt. Diese externe Störung wird für das Auftreten vermehrter Infraschallschwingungen und deren Frequenzkomponenten verantwortlich gemacht. In jedem erstellten Spektrum der Versuchsreihe 2 befinden sich im Bereich von 0 Hz bis 6 Hz eine Vielzahl von Peaks, die sich in der Regel mit ansteigenden Frequenzen in ihrer Intensität verringern. Durch die Überlagerungen im niederfrequenten Bereich war es in keinem Spektrum möglich, einen eindeutigen Peak zu identifizieren. Daher kann über das Auftreten der Erregerfrequenz der Strömung in Rohrachse keine Aussage getroffen werden. Die Problematik der überlagerten Frequenzen ist nachfolgend an einem ausgewählten Spektrum der Messung 20\_01\_RA (Messung 1 Q = 20 l/s, Rohrachse) dargestellt.



Bild 6.7: Spektrum der Messung 20\_01\_RA (vollständiges Spektrum)

Bild 6.7 zeigt das Spektrum der zweiten Messung in Rohrachse bei 20 l/s. Aus dem Spektrum ist eine dominante Frequenz bei 66,8 Hz deutlich identifizierbar, sie wurde als Eigenfrequenz der Strömung identifiziert (siehe Anlage A.4). Im Gegensatz zur Eigenfrequenz der Strömung ist die Erregerfrequenz aufgrund der Anhäufung von Peaks im Bereich 0 Hz bis 6 Hz hier nicht eindeutig zu identifizieren. Auch die Vergrößerung des Ausschnittes auf einen Frequenzbereich von 0 Hz bis 30 Hz lässt keine eindeutige Aussage zu (vgl. Bild 6.7).



Bild 6.8: Spektrum der Messung 20\_01\_RA (Ausschnitt 0 Hz - 30 Hz)

Bild 6.8 zeigt mehrere dominante Frequenzen im Bereich 0 Hz bis 6 Hz. Die fünf stärksten Peaks liegen bei 1,69 Hz, 4,55 Hz, 0,69 Hz, 2,04 Hz und 2,44 Hz. Die zu erwartende Erregerfrequenz der Strömung beträgt 1,50 Hz. Zwar tritt mit 1,69 Hz eine dominante Frequenz in unmittelbarer Nähe der zu erwartenden Erregerfrequenz der Strömung (von 1,5 Hz) auf, doch gibt es keinen Anhaltspunkt das dieser Peak auch die gesuchte Erregerfrequenz der Strömung beschreibt. Es ist ebenso möglich, dass der Peak durch mechanische Schwingungen der Pumpe oder des anliegenden Schienen- oder Straßenverkehrs hervorgerufen wurde. Das Phänomen der überlagernden Frequenzen tritt in jedem Spektrum auf und kann anhand der Spektrenbilder in Anlage A.11 nachvollzogen werden. Es bleibt zu bemerken, dass der Infraschallbereich von einer Vielzahl von Peaks überlagert ist, was eine eindeutige Identifizierung der Erregerfrequenz der Strömung verhindert. Für den Durchfluss von 21/s konnte, unter Beachtung der Abtastbedingung nach NYQUIST, die zu erwartende Erregerfrequenz der Strömung von 14,4 Hz wegen der zu geringen Impulsfrequenz des Flügelrades nicht nachgewiesen werden (siehe Tabelle 6.5). Hier wurde die in Kapitel 3 beschriebene Eigenschaft des Lomb-Scargle-Periodogramm genutzt, den NYQUIST-Frequenzbereich zu erweitern. In den erzeugten Spektren treten Peaks der Vielfachen (ca. 12 Hz und ca. 24 Hz) der als Eigenfrequenz der Strömung identifizierten Frequenz um 6 Hz auf. Eine Frequenz im Bereich der berechneten Erregerfrequenz der Strömung konnte nicht identifiziert werden. Zwar besteht der Datensatz aus nichtäquidistanten Messwerten, so dass Bereiche mit einer Überabtastung Informationen über höhere Frequenzen liefern können, allerdings weisen die Bereiche der Überabtastung nur gering erhöhte Abtastfrequenzen auf.

So beträgt die geringste Periodendauer des aufgenommenen Spannungssignals

0,0361 Sekunden, was einer Abtastfrequenz von 27,7 Hz (nachweisbare NYQUIST-Frequenz 13,9 Hz) entspricht. Im Mittel tritt eine Impulsfrequenz von 25,4 Hz auf (nachweisbare NYQUIST-Frequenz 12,7 Hz). Die Bereiche mit Überabtastung liefern also keine Informationen über Frequenzen größer 14 Hz. Die auftretenden Frequenzen bei 12 Hz können nicht als Erregerfrequenz der Strömung identifiziert werden, da sie mit hoher Wahrscheinlichkeit Vielfache der Eigenfrequenz der Strömung um 6.3 Hz darstellen.

# 6.3.2 PUNKTUELLE MESSUNGEN AN DER STELLE "ROHRACHSE + Y<sub>M</sub>"

#### 6.3.2.1 EIGENFREQUENZ DER STRÖMUNG

Die Ergebnisse der Messungen der Eigenfrequenz der Strömung sind in Anlage A.10 zusammengefasst. Diese Tabelle enthält die gleichen Spalten wie die Anlage A.4, in Spalte 2 ist lediglich die maximale Geschwindigkeit durch die zu erwartende mittlere Strömungsgeschwindigkeit v ersetzt worden. Sie errechnet sich vorerst aus dem Verhältnis des Durchflusses Q zur vollständig durchflossenen Querschnittsfläche A. Die Messergebnisse zeigen ein ähnliches Bild wie die Messungen in Rohrachse (siehe Bild 6.8). Über den gesamten Durchflussbereich wurden in den Spektren dominante Frequenzen detektiert. Für die Durchflüsse von 6 1/s bis 28 1/s werden Frequenzen gemessen, die größer als die berechneten Frequenzen sind. Die mittlere Abweichung der Frequenz in diesem Durchflussbereich beträgt 20,6 %, bei einer maximalen Abweichung von 30 % und einer minimalen Abweichung von 12,7 %. Für den Durchfluss 4 l/s wurden um bis zu 6,7 % erhöhte Frequenzen gemessen. Dem zu beobachtenden Trend der fallenden Abweichungen folgend, wurden beim Durchfluss von 2 l/s Frequenzen gemessen, die im Mittel 12,5 % geringer sind als die zu erwartende Eigenfrequenz der Strömung bei 5,2 Hz. Insgesamt sind die Schwankungen der Abweichungen der gemessenen Frequenzen höher als bei den Messungen in Rohrachse. Es treten Abweichungen von -14,6 % bis 30,1 % auf, dem gegenüber traten in Rohrachse Abweichungen von -0,7 % bis 25,2 % auf (vgl. Anlage A.4 und Anlage A10). In Bild 6.9 sind die Mittelwerte der gemessenen Frequenzen den berechneten Eigenfrequenzen der Strömung gegenübergestellt.



Bild 6.9: Gemessene Frequenz und berechnete Eigenfrequenzen der Strömung an der Stelle "Rohrachse +y""

Die Verringerung des Fließquerschnittes durch den direkten Messflügeleinbau in die Strömung führt auch am Messpunkt "Rohrachse+y<sub>m</sub>" zu einer Erhöhung der Fließgeschwindigkeit und somit zur Verringerung der auftretenden Messabweichungen. Bei einer Eintauchtiefe des Schaftes von 87,4 mm und einem Durchmesser von 15 mm ergibt sich eine Anströmfläche von 1311 mm<sup>2</sup> (0,00131 m<sup>2</sup>). Die Reduzierung des Gesamtfließquerschnittes von (0,00776 m<sup>2</sup>) um diesen Betrag ergibt eine abflusswirksame Fließfläche A<sub>red</sub> von 0,00645 m<sup>2</sup>. Die Werte der berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen der Strömung sowie deren Abweichungen enthält Tabelle 6.7. Bild 6.10 zeigt die mit der Fließfläche A<sub>red</sub> berechneten Eigenfrequenzen der Strömung und deren Abweichung von den gemessenen Frequenzen. Im Geschwindigkeitsbereich von 0,9 m/s bis 4,3 m/s können die Abweichungen auf -5,7 % bis 3,1 % verringert werden. Für Fließgeschwindigkeiten unter 0,9 % vergrößern sich die Abweichungen auf -13,6 % bis -27,1 %. Im Mittel beträgt die Abweichung -2,1 % auf.

	"Romachse+ym				
Q	V	Re	$f_{\rm E}$	$f_{gem}$	Abweichung
[l/s]	$(=Q/A_{red})$ [m/s]	[-]	[Hz]	[Hz]	[%]
28	4,34	334809,7	87,4	90,1	3,1
26	4,03	310894,7	81,1	82,3	1,5
24	3,72	286979,7	74,9	75,5	0,8
22	3,41	263064,7	68,6	69,0	0,5
20	3,10	239149,8	62,4	63,1	1,1
18	2,79	215234,8	56,2	56,9	1,3
16	2,48	191319,8	49,9	50,7	1,5
14	2,17	167404,8	43,7	44,1	1,0
12	1,86	143489,9	37,4	37,7	0,6
10	1,55	119574,9	31,2	31,2	-0,1
8	1,24	95659,9	25,0	24,4	-2,3
6	0,93	71744,9	18,7	17,7	-5,7
4	0,62	47830,0	12,5	10,8	-13,6
2	0,31	23915,0	6,2	4,6	-27,1

 Tabelle 6.7:
 Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach

 Verringerung des Fließquerschnittes durch den Messflügeleinbau an der Stelle

 Rohrachse+vm"



Bild 6.10: Gemessene Frequenzen und berechnete Eigenfrequenz der Strömung bei reduziertem Fliessquerschnitt A<sub>red</sub> am Messpunkt "Rohrachse+y<sub>m</sub>"

Bei Annahme eines verengten Rohrquerschnittes, durch die Ausbreitung einer Ablösungszone, können die aufgetretenen Abweichungen ebenfalls in weiten Bereichen reduziert werden. Hierfür wird wie bei den Messungen in Rohrachse die Fließgeschwindigkeit pauschal um acht Prozent erhöht. In Tabelle 6.8 sind die neu berechneten Frequenzen und deren prozentuale Abweichungen angegeben.

Q	$\mathbf{V}$	V (+ 00()	Re	${ m f}_{ m E}$	fgem	Abweichung
-	(-Q/A)	(+8%)				
[l/s]	[m/s]	[m/s]	[-]	[Hz]	[Hz]	[0/0]
28	3,61	3,90	289162	81,5	90,1	10,5
26	3,35	3,62	268507	75,7	82,3	8,8
24	3,09	3,34	247853	69,8	75,5	8,1
22	2,84	3,06	227198	64,0	69,0	7,8
20	2,58	2,78	206544	58,2	63,1	8,4
18	2,32	2,51	185890	52,4	56,9	8,7
16	2,06	2,23	165235	46,6	50,7	8,8
14	1,80	1,95	144581	40,7	44,1	8,3
12	1,55	1,67	123926	34,9	37,7	7,8
10	1,29	1,39	103272	29,1	31,2	7,1
8	1,03	1,11	82618	23,3	24,4	4,7
6	0,77	0,84	61963	17,5	17,7	1,1
4	0,52	0,56	41309	11,6	10,8	-7,4
2	0,26	0,28	20654	5,8	4,6	-21,8

Tabelle 6.8:Berechnete Eigenfrequenzen der Strömung und gemessene Frequenzen an der Stelle<br/>"Rohrachse+ym" nach Annahme einer achtprozentigen Geschwindigkeitserhöhung

Für die Durchflüsse von 6 l/s (0,84 m/s) bis 28 l/s (3,90 m/s) können die auftretenden Abweichungen deutlich verringert werden. Für die Durchflüsse 2 l/s und 4l/s gelingt dies nicht, hier vergrößern sich die Abweichungen mit negativen Vorzeichen. Der Autor vermutet, dass die Ablösungszone den Messpunkt bei geringen Durchflüssen nicht mehr erreicht und daher der gesamte Rohrquerschnitt abflusswirksam wird. Unmittelbare Folge wäre die Verringerung der in Tabelle 6.8 aufgeführten, zu erwartenden Eigenfrequenzen auf 10,4 Hz (bei Q = 4 l/s) und 5,2 Hz (bei Q = 2 l/s), sowie die Verringerung der Abweichungen auf 3,9 % (bei Q = 4 l/s) und -12,3 % (bei Q = 2 l/s). In Bild 6.11 ist diese Situation, in der die Verengung des Fließquerschnittes nur auf die Durchflüsse 6 l/s bis 28 l/s angewendet wird, grafisch dargestellt.



Bild 6.11: Gemessene Frequenzen und berechnete Eigenfrequenzen der Strömung an der Stelle "Rohrachse+ym" nach Verringerung des Fließquerschnittes für die Durchflüsse 6 1/s bis 28 1/s

Eine wesentliche Bedeutung kommt der Einbaustelle des Messflügels zu. Durch das Bestreben möglichst genau an einer Rohrstelle zu messen, an der die mittlere Fließgeschwindigkeit auftritt (siehe Abschnitt 5.1.2), ergibt sich zwischen Rohrwand und Messflügel ein Abstand von nur 1 mm (siehe Bild 5.5). In diesem wandnahen Bereich unterliegt der Messflügel, je nach Strömungssituation, erheblichen Wandeinflüssen. Für REYNOLDSzahlen von 20.000 bis 280.000 und einen Rohrinnendurchmesser von 99,4 mm beträgt die Dicke der viskosen Unterschicht nach Gleichung (2.35) 1 mm bis 0,1 mm.

Nach [Bz 02] bilden sich an dieser Grenzschicht charakteristische Haarnadelwirbel mit einer Ausdehnung von bis zu  $y^+ = 100$ .  $y^+$  bezeichnet den dimensionslosen Wandabstand und berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$y^{+} = \frac{\mathbf{v}_{0*} \cdot y}{\nu}.$$
(6.3)

Die Wandschubspannungsgeschwindigkeit v<sub>0\*</sub> kann für glatte Rohre nach der Gleichung

$$\mathbf{v}_{0*} = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \cdot \mathbf{v} \tag{6.4}$$

berechnet werden [Bo 00]. Für die Ermittlung des Widerstandbeiwertes steht die Gleichung

von BLASIUS zur Verfügung (vgl. Tabelle 2.2). Mit dem dimensionslosen Wandabstand  $y^+$  = 100 und der kinematischen Viskosität v =1,29\*10<sup>-06</sup> lässt sich nach Gleichung (6.3) der Wandabstand y berechnen über den sich die, von [Bz 02] beschriebenen, Haarnadelwirbel ausbreiten. Für den Rohrinnendurchmesser d<sub>i</sub> = 99,4 mm sowie die REYNOLDSzahlen 20.000 und 280.000 ergibt sich y zu 8,1 mm bzw. 0,8 mm. Bei den durchgeführten Versuchen ist also mit einer viskosen Unterschicht von 0,1 mm bis 1 mm zu rechnen. Im Bereich der viskosen Unterschicht bilden sich Haarnadelwirbel mit einer Querausbreitung von 0,8 mm bis zu 8,1 mm. In der Summe ergibt sich also eine Zone von 0,9 mm bis 8,2 mm in der vermehrt mit Störungen durch sich ablösende Wirbelstrukturen und deren spezifischen, rotierenden Bewegungsabläufen zu rechnen ist, da diese Zone das Flügelradanemometer ab einem Wandabstand von  $y_w = 1 \text{ mm}$  erfasst. Durch die Verzögerungen, Rotationen und Rückwärtsbewegungen von Flüssigkeitsballen innerhalb der Ablösungszone, ist mit einer weiteren Beeinflussung der Flügelradmessungen durch die der Ablösungszone zu rechnen. Bei der frei Ausbreitung gewählten Geschwindigkeitserhöhung um acht Prozent, breitet sich die Ablösungszone am Messpunkt, wie erwähnt, auf einem Wandabstand von 1,9 mm aus. Dieser Abstand wird sich je nach Durchflusssituation erweitern oder verringern. So kann der Einfluss der Ablösungszone bei geringen Durchflüssen (2 1/s - 4 1/s) vermutlich vernachlässigt werden. Von größerer Bedeutung scheint der Einfluss aber in Bereichen der Durchflüsse 6 l/s bis 28 l/s zu sein.

Auffällig für beide Messpositionen ist eine relativ einheitliche Abweichung der gemessenen Frequenz im Durchflussbereich von 10 l/s bis 28 l/s. Bei den geringeren Durchflüssen von 2 l/s bis 8 l/s führt vermutlich der höhere Einfluss der Lagerreibung und der Trägheit zur Erfassung geringerer Frequenzen. Ein zusätzlicher Störfaktor für die Aufzeichnung der Momentangeschwindigkeiten wurde bei der Veränderung der Flügelradposition festgestellt. Beim Ausbau des Messflügels befanden sich Verunreinigungen an der Achse des Flügelrades. Dabei handelte es sich vermutlich um Filterfliesrückstände die sich teilweise um die Achse des Flügelrades wickelten und so seine Drehung behinderten. Die Verunreinigungen wurden mittels Pinzette entfernt und der Messkopf vor jeder weiteren Messreihe gereinigt. An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, dass die zu erwartenden Eigenfrequenzen der Strömung am Messpunkt "Rohrachse+y<sub>m</sub>" mit den mittleren Fliessgeschwindigkeiten berechnet wurden. Unter der Vorstellung einer voll durchströmten Rohrleitung wurde der Messflügel nach BLASIUS auf einen Wandabstand von  $y_w = 0,242 \cdot r$  gebracht, um an diesem Punkt die mittlere Fließgeschwindigkeit erfassen zu können. Aufgrund der Rohrverengung durch den Einbau des Messflügels und der Ausbreitung der Ablösungszone kann nicht zwingend davon ausgegangen werden, dass am Messpunkt die mittlere Fließgeschwindigkeit auftritt. Vielmehr ist damit zu rechnen Geschwindigkeiten zu erfassen, die der mittleren Geschwindigkeit nicht entsprechen bzw. das auftretende Geschwindigkeitsprofil durch das 1/7 Potenzgesetz von BLASIUS nicht mehr beschrieben werden kann. Im Gegensatz zu den Messungen in Rohrachse werden hier im Durchflussbereich von 8 l/s bis 28l/s höhere Geschwindigkeiten gemessen als die berechnete mittlere Geschwindigkeit. Diese Beobachtung ist insofern nicht ungewöhnlich, als das über das Auftreten der mittleren Geschwindigkeit an diesem Punkt (wie beschrieben) Zweifel bestehen und das modifizierte Flügelradanemometer die mittlere Geschwindigkeit vermutlich nur sehr ungenau erfasst (vgl. Abschnitt 6.2.1.1).

Um die Messung der STROUHAL-Frequenz auszuschließen wurden gemäß Abschnitt 6.2.1.1 die auftretenden STROUHAL-Frequenzen berechnet und mit den, am Messpunkt "Rohrachse+ $y_m$ ", gemessenen Frequenzen verglichen (siehe Anlage A.9). Für die Berechnung der STROUHAL-Frequenzen wurde die um acht Prozent erhöhte, mittlere Geschwindigkeit verwendet. Bild 6.10 zeigt, dass auch hier eine Erfassung der STROUHALfrequenz ausgeschlossen werden kann.



Bild 6.12: Gegenüberstellung von STROUHAL-Frequenzen und gemessenen Frequenzen am Messpunkt "Rohrachse+ym"

#### 6.3.2.2 ERREGERFREQUENZ DER STRÖMUNG

Der Nachweis der Erregerfrequenz der Strömung an der Stelle "Rohrachse +  $y_m$ " unterliegt den gleichen Störungen wie in Rohrachse. Über die zu erwartenden Erregerfrequenzen der Strömung gibt Tabelle 6.9 Auskunft.

Q	v + 8%	$f_R$	Abtastfrequenz Messflügel f <sub>A</sub>	NYQUIST-Frequenz $f_N$
[l/s]	[m/s]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
28	3,90	1,26	362,4	181,2
26	3,62	1,36	336,3	168,2
24	3,34	1,47	310,3	155,2
22	3,06	1,60	284,3	142,2
20	2,78	1,76	258,3	129,1
18	2,51	1,96	232,3	116,1
16	2,23	2,20	206,3	103,1
14	1,95	2,52	180,3	90,1
12	1,67	2,94	154,2	77,1
10	1,39	3,52	128,2	64,1
8	1,11	4,41	102,2	51,1
6	0,84	5,87	76,2	38,1
4	0,56	8,81	50,2	25,1
2	0,28	17,62	24,2	12,1

Tabelle 6.9: Berechnete Erregerfrequenzen der Strömung an der Stelle "Rohrachse + ym

Wie bei den Messungen in Rohrachse treten ebenfalls die dem Schienenverkehr zugeschriebenen Schwingungen im Infraschallbereich auf. Diese überlagern den Bereich der zu erwartenden Erregerfrequenz der Strömung. Daher konnten keine eindeutigen, dominanten Frequenzen im zu erwartenden Frequenzbereich identifiziert werden. Für den Durchfluss von 2 l/s reicht die Abtastfrequenz nicht aus um die berechnete Erregerfrequenz von 17,6 Hz nachzuweisen. In den Spektren finden sich hier lediglich Peaks die Vielfache der detektierten Eigenfrequenz der Strömung bei 4,6 Hz darstellen (vgl. Anlage A.11).

# 6.4 VERSUCHSREIHE 3 - AUFNAHME STATISTISCHER MESSREIHEN

Die innerhalb der Versuchsreihe 2 durchgeführten Messungen beschränken sich auf vier Messungen pro Durchflusssituation. Um auszuschließen, dass es sich bei diesen Messungen um rein zufällige Ereignisse handelt, wurden für die Durchflüsse 10 l/s, 16 l/s, 22 l/s und 26 l/s jeweils fünfzig Zeitreihen über acht Sekunden aufgenommen. Diese Zeitreihen wurden in Rohrachse aufgenommen, wie in Abschnitt 5.1 erläutert, ausgewertet und einer statistischen Betrachtung unterzogen. Für die vier Durchflusssituationen wurde das arithmetische Mittel und die Standardabweichung also die Streuung der Messwerte um den Mittelwert berechnet. Zusätzlich wurde ein Ausreißertest nach TSCHEBYSCHEFF durchgeführt. Die statistischen Kennzahlen berechnen sich dabei nach folgenden Formeln:

Arithmetischer Mittelwert

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} \tag{6.1}$$

Varianz

$$s^{2} = \frac{\sum (x - \bar{x})^{2}}{n - 1} \tag{6.2}$$

Standardabweichung

$$s = \sqrt{s^2} \tag{6.3}$$

Nach TSCHEBYSCHEFF werden alle Messwerte als Ausreißer behandelt die sich außerhalb des Intervalls  $\bar{x} \pm 4 \cdot s$  befinden.

Die gemessene mittlere Eigenfrequenz der Strömung für die Durchflusssituation 10 l/s (10,01 l/s - 9,98 l/s) beträgt 34,7 ± 0,3 Hz, die Datenreihe enthält keinen Ausreißer. Bei den fünfzig Messungen wurden Frequenzen von 34,3 Hz bis 35,3 Hz, also über einer Spannweite von 1 Hz gemessen. Bei einem mittleren Durchfluss von 9,995 l/s und einer Erhöhung der Geschwindigkeit um acht Prozent ist eine Eigenfrequenz der Strömung von 34,8 Hz zu erwarten. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem gemessenen Mittelwert überein. In Bild 6.11 ist die Verteilung der Messwerte dargestellt. Auch die Messungen der Versuchsreihe 2, liegen mit Werten von 35,4 Hz, 35,1 Hz, 35,2 Hz bzw. 34,8 Hz sehr gut im Bereich der hier gemessenen Frequenzen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass auch mit größter Sorgfalt nicht genau der gleiche Durchfluss an der Anlage eingestellt werden konnte.



Bild 6.13: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 10 l/s

Für den Durchfluss von 16 l/s (16,01 l/s - 16,04 l/s) wurden die Daten der Messung Nr. 36 beschädigt und konnten so nicht zur Auswertung herangezogen werden. Der Datensatz beschränkt sich somit auf 49 Werte. Die mittlere gemessene Eigenfrequenz der Strömung beträgt 55,8 ± 0,3 Hz. Es wurden Frequenzen im Bereich von 55,0 Hz bis 56,4 Hz gemessen, die Spannweite beträgt 1,4 Hz. Für einen Durchfluss von 16,025 l/s und einer achtprozentigen Erhöhung der Geschwindigkeit, ist in Rohrachse eine Eigenfrequenz der Strömung von 55,7 Hz zu erwarten. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem gemessenen Mittelwert überein. Die in der Versuchsreihe 2 gemessenen Frequenzen für Q = 16 l/s liegen mit 54,9 Hz, 52,6 Hz, 54,4 Hz und 54,3 Hz außerhalb der hier detektierten Frequenzen, dies kann an einem etwas geringeren Durchfluss liegen (während der Versuchsreihe 2 sank der Durchfluss auf 15,90 l/s). Bild 6.12 zeigt die Häufigkeitsverteilung der Messwerte.



Bild 6.14: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 16 l/s

Die für den Durchfluss 22 l/s (22,02 l/s - 21,97 l/s) gemessenen Eigenfrequenzen der Strömung weisen eine Spannweite von 2,1 Hz auf. Es ergibt sich eine mittlere Frequenz von 76,2 ± 0.5 Hz. Die zu erwartende Eigenfrequenz der Strömung bei Q = 21,995 l/s und achtprozentiger Geschwindigkeitserhöhung beträgt 75,0 Hz. Somit liegen auch in dieser Messreihe mittlere Frequenz und erwartete Frequenz nahe beieinander. In der Versuchsreihe 2 wurden für den Durchfluss 22 l/s die Frequenzen 73,5 Hz, 74,6 Hz, 73,1 Hz und 74,1 Hz gemessen, sie liegen etwas unterhalb der hier gemessenen Frequenzen von 74,9 Hz bis 77,0 Hz. Die Häufigkeitsverteilung der Messwerte ist in Bild 6.13 dargestellt.



Bild 6.15: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 22 l/s

• Die Messungen der Durchflusssituation 26 l/s (26,01 l/s - 26,05 l/s) haben ihr Minimum bei 88,4 Hz und ihr Maximum bei 90,3 Hz, die Spannweite beträgt dementsprechend 1,9 Hz. Das Mittel der Messungen liegt bei 89,4  $\pm$  0,4 Hz. Die zu erwartende Eigenfrequenz der Strömung beträgt für diese Strömungssituation 88,8 Hz, liegt also sehr nahe am gemessenen Mittelwert. Auch hier sind die in der Versuchsreihe 2 gemessenen Frequenzen mit 88,4 Hz, 88,1 Hz, 87,4 Hz und 88,3 Hz etwas geringer. Bild 6.14 zeigt die Häufigkeitsverteilung der Messwerte bei Q = 26 l/s.



Bild 6.16: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 26 l/s

Ingesamt brachten die vier Messreihen über fünfzig Messungen Ergebnisse hervor, die in einem relativ engen Frequenzbereich liegen. Die Spannweite übersteigt einen Wert von 2,1 Hz nicht. Die Standardabweichungen der Messreihen betragen 0,86 % (10 l/s), 0,54 % (16l/s), 0,66 % (22 l/s) und 0,45 % (26 l/s) vom Mittelwert. Es tritt also eine geringe Streuung der Messwerte um den Mittelwert auf, bei keiner Messreihe übersteigt sie 1 %. Ausreißer traten in den Messwerten nicht auf. Insgesamt verdeutlichen die statistischen Eigenschaften der Messreihen die Aufnahme reproduzierbare Messwerte. Die mit der Vorstellung eines verengten Rohrquerschnittes vorhergesagten Eigenfrequenzen der Strömung liegen sehr nahe an den gemessenen Mittelwerten. Dabei wird, wie in Abschnitt 6.2, eine um acht Prozent erhöhte, mittlere Geschwindigkeit angenommen. Darüber hinaus passen die in der Versuchsreihe 2 gemessenen Frequenzen gut (wenn auch mit Abweichungen) in das Bild der hier gemessenen Frequenzen (vgl. Anlage A.4)

# 6.5 VERSUCHSREIHE 4 - LDA MESSUNGEN IN DER ROHRLEITUNG DN100

Alle Daten der Versuchsreihe 4 befinden sich in der Anlage A.11. Für jede Messung wurde eine Excelarbeitsmappe und eine FlexPro Datenbank angelegt. Die Spektren der einzelnen Messungen sind zusätzlich als Grafik (\*.jpg-Format) hinterlegt.

# 6.5.1 AUFNAHME DER GESCHWINDIGKEITSPROFILE

Die aufgenommenen Geschwindigkeitsprofile sind in den Bildern 6.13 bis 6.15 dargestellt und mit dem zu erwartenden Geschwindigkeitsprofil nach BLASIUS und dem Gesetz der logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung verglichen. Im Falle des Potenzgesetzes von BLASIUS wurde der Exponent in Abhängigkeit von der REYNOLDSzahl nach Tabelle 2.1 angeglichen. In das Gesetz der logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung wurde unter Annahme des hydraulisch glatten Bereiches der Widerstandsbeiwert  $\lambda$ , überschlägig berechnet nach NIKURADSE (siehe Tabelle 2.2), eingesetzt. Die zu erwartenden REYNOLDSzahlen können Tabelle 5.3 entnommen werden.



Bild 6.17: Geschwindigkeitsprofile für Q = 10 l/s, DN100



Bild 6.18: Geschwindigkeitsprofile für Q = 16 l/s, DN100



Bild 6.19: Geschwindigkeitsprofile für Q = 22 l/s, DN100

Auf den y-Achsen der Bilder 6.14 bis 6.16 ist der dimensionslose Abstand von der Rohrachse y/r aufgetragen. Dabei bezeichnet y den Abstand von der Rohrachse und r den Radius der Rohrleitung. Die gemessenen mittleren Geschwindigkeiten der einzelnen Messpunkte stimmen im Bereich  $0, 4 \le r/y \le 1$  gut mit den Vergleichsprofilen überein. Dabei nähern sich die Geschwindigkeitsverteilungen für die Durchflüsse 16 l/s und 22 l/s Geschwindigkeitsprofil nach BLASIUS, die Geschwindigkeitsverteilung des dem Durchflusses 10 l/s hingegen dem durch das logarithmische Geschwindigkeitsgesetz beschriebenen Profil, an. Im Bereich  $0 \le y/r \le 0,4$  treten, besonders im Falle des Durchflusses Q = 16 l/s, Abweichungen von den Vergleichsprofilen auf. Die Messungen der Durchflüsse 10 l/s und 22 l/s weisen in diesem Bereich eine stärkere Abflachung der Strömungsprofile auf als die Vergleichprofile. Dieser Effekt kann durch starke Querbewegungen von Flüssigkeitsballen hervorgerufen werden und stellt nicht zwingend einen Hinweis auf Messfehler dar. In den Messungen für den Durchfluss 16 l/s hingegen fällt die Geschwindigkeit in Rohrachse (cirka 1,8 m/s) um fast 0,6 m/s gegenüber des maximal gemessen Wertes (cirka 2,4 m/s). Dieser untypische Geschwindigkeitsverlauf muss als Messfehler aufgefasst werden. Wie in Abschnitt 5.2.1 erwähnt, wird die Aufnahme der Momentangeschwindigkeiten in Nähe der Rohrachse zunehmend erschwert. Grund hierfür ist vermutlich eine Zonierung der sich in der Strömung befindenden Partikel. An den sinkenden Datenraten ist ersichtlich, dass in Nähe der Rohrwand offensichtlich die höchste Partikelkonzentration vorhanden ist und in Richtung Rohrachse ständig abnimmt. Einerseits werden daher in einem Zeitintervall weniger Messwerte erfasst, und andererseits schwächt die hohe Konzentration der Partikel an der Rohrwand die Laserstrahlen bei Messungen in Rohrachse.

# 6.5.2 UNTERSUCHUNG DER ZEITREIHEN AUF DOMINANTE FREQUENZEN

Die mit dem LDA aufgenommenen Zeitreihen der Momentangeschwindigkeiten wurden in Excel exportiert, bearbeitet und einer Frequenzanalyse unterzogen. In Excel erfolgte lediglich eine Umrechnung der Einheit ms in s und die Berechnung der Zeitspanne  $\Delta t$ zwischen den einzelnen Messungen. Für die Transformation in den Frequenzbereich wurde das in Abschnitt 3.6 beschriebene Lomb-Scargle-Periodogramm unter Verwendung des HAMMING-Fensters benutzt. In keiner der Zeitreihen konnten dominanten Frequenzen nachgewiesen werden. In Bild 6.20 ist der Verlauf der Momentangeschwindigkeit und das zugehörige Spektrum des Messpunktes Position 6 bei einem Durchfluss von 10 l/s abgebildet.



Bild 6.20: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen und Spektrum der Messung 10\_Position 6, Versuchsreihe 4

Das Spektrum enthält im Bereich des Infraschalls bei 0,21 Hz eine dominante Frequenz, in den Bereichen der zu erwartenden Frequenzen um 3,9 Hz und 25,2 Hz können keine dominanten Frequenzen identifiziert werden. Die entwickelten Spektren der Messpunkte aller drei Durchflusssituationen weisen einen ähnlichen Verlauf auf wie das Spektrum in Bild 6.20. Über die gesamte Bandbreite des Signals treten keine eindeutigen Peaks auf, bzw. sie werden durch ein starkes Rauschen überlagert. Als weiteres Beispiel sind in Bild 6.21 der Geschwindigkeitsverlauf und das zugehörige Spektrum des Messpunktes 9 bei einem Durchfluss von 22 l/s dargestellt.



Bild 6.21: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen und Spektrum der Messung 22\_Position 9, Versuchsreihe 4

Auch hier kann keine dominante Frequenz ermittelt werden, für den Durchfluss von 22 l/s sind nach BÜNGER Frequenzen von 1,8 Hz und 56,0 Hz (siehe Tabelle 5.3) zu erwarten. Für die Nichtidentifikation charakteristischer Paek bzw. dominanter Frequenzen in den Spektren sind vermutlich zwei wesentliche Aspekte verantwortlich.
Bei Betrachtung der Spektren der Versuchsreihe 4 ist ersichtlich, dass die Messungen einem erheblichen Rauschen unterliegen, es treten also Störgrößen mit einem breiten unspezifischen Frequenzspektrum auf. Für ein LDA System sind nach [Tr 02] verschiedenen Rauschanteile chrakteristisch, dies sind das Schrotrauschen, das thermische Rauschen und die Sekundärstreuung. Darüber hinaus verursacht auch der Laser durch Frequenzschwankungen eine Das thermische Rauschen der Elektronik kann Rauschkomponente. im Allgemeinen nicht verändert werden, da es von der Art des Empfängers abhängig ist. Die Sekundärstreuung ist durch Schmutz und Fremdstoffe in der Strömung verursacht und daher nur im begrenzten Maße (Austausch des Wasserkörpers, Filter) zu verringern. Das Schrotrauschen aufgrund der Zufallsstatistik der Elektronenemission im Photodetektor kann durch veränderte Aperturformen verringert werden, so kann nach [Tr 02] eine Rechteckapertur vor der Empfangsoptik den Gleichanteil (siehe Abschnitt 4.2.1) des Signals unterdrücken und somit den zur Geschwindigkeitsbestimmung benötigten Wechselleistungsanteil des Laser-Doppler-Signals filtern. Eine solche Apertur stand während der Versuche nicht zur Verfügung. Letztlich kann eine gerätetechnische Verbesserung der Signalleistung, also eine Verringerung des Rauschens gegenüber der Signalstärke, nur durch die Nutzung von Strahlaufweitungsoptiken, Sende- und Empfangslinsen mit kurzen Brennweiten sowie eines leistungsstärkeren Lasers erfolgen.

Der Autor geht davon aus, dass die vorhandenen Eigen- und Erregerfrequenzen der Strömung von einem starken Rauschen überlagert und daher nicht identifiziert werden können.

Die mit dem LDA aufgenommenen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen weisen erhebliche Unterschiede zu den Messungen des Flügelradanemometers auf. Zur Verdeutlichung dieser Unterschiede seien nachfolgend die mit dem Flügelradanemometer und dem Laser-Doppler-Anemometer gemessenen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen vergleichend betrachtet. Dafür wurden die Datensätze der Flügelradmessung 22\_01\_RA (erste Messung in Rohrachse bei Q = 22 l/s) und der LDA Messung 22\_Position9 (Messung an Position 9 bei Q = 22l/s) über den Zeitraum der ersten Sekunde der Messwertaufnahme gegenüber gestellt.



Bild 6.22: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen, LDA-Messung 22\_Position 9



Bild 6.23: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen, Flügelradanemometer-Messung 22\_01\_RA

Beide Verläufe der Geschwindigkeitsschwankungen sind bei gleichem Durchfluss (22l/s) mit einer ähnlichen Frequenz aufgenommen. Die LDA-Messung besteht aus 274 Einzelmessungen (274 Hz), die Fügelradmessung aus 292 Einzelmessungen (292 Hz). Dennoch unterscheiden sich die beiden Messreihen wesentlich von einander. Bei der LDA-Messung variieren die Messintervalle  $\Delta t$  zwischen den Einzelmessungen sehr stark. Das kleinste Intervall nimmt im, in Bild 6.20 dargestellten, Zeitverlauf einen Wert von 0,000002 Sekunden (0,002 ms bzw. 2  $\mu$ s) an, das größte Intervall einen Wert von 0,055 Sekunden (55 ms). Durch diese starken Schwankungen der Messintervalle entstehen einerseits Abschnitte mit einer sehr hohen Abtastrate (siehe rote Markierung 1, Bild 6.20) in der also relativ viele Informationen über den Verlauf der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen vorhanden sind, andererseits entstehen relativ große Zeitabschnitte in denen keine Informationen über den Geschwindigkeitsverlauf bestehen (siehe rote Markierung 2, Bild 6.20). Diese Charakteristik ist dem Messystem des LDA geschuldet.

Geschwindigkeitsmessung erfolgt in Abhängigkeit der durch das Eine Messvolumen bewegenden Partikel (vgl. Abschnitt 4.2.1), treten in einem Zeitraum  $\Delta t$  keine Partikel durch das Messvolumen kann die Fließgeschwindigkeit in dieser Zeitspanne nicht beschrieben werden. Die Messung des Flügelradanemometers weist diese Schwankungen in der Abtastrate nicht auf. Durch die ständige Drehung des Messflügels wird ein kontinuierliches Spannungssignal abgegeben, welches die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in sehr viel gleichmäßigeren Zeitintervallen  $\Delta t$  beschreibt.  $\Delta t$  schwankt hier nur zwischen 0,0032 s (3,2 ms) und 0,0038 s (3,8 ms). Eine Zeitspanne von 55 ms in dem bei der LDA-Messung keine Information über die Fließgeschwindigkeit vorliegt, würde im Falle einer Flügelradmessung (bei annähernd gleichen Strömungsbedingungen) durch 15 bis 17 Messwerte beschrieben werden (siehe rote Markierung 3, Bild 6.21). Diese Überlegung zeigt, dass die LDA-Messung den Verlauf der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen nur sehr ungenau beschreibt. Insofern muss auch infrage gestellt werden ob bei einer theoretischen Verringerung des Rauschanteils dominante Frequenzen identifiziert werden könnten, da die Frequenzanalyse naturgemäß von einer möglichst genauen Erfassung des zu analysierenden Signals abhängig ist.

Der Nachweis von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung konnte mit dem verwendeten LDA-System nicht erbracht werden. Die durchgeführten Messungen werden von einem starken Rauschen überlagert was die Identifikation von dominanten Frequenzen mit den vorhandenen Analysemethoden nicht gestattet. Darüber hinaus erscheinen die gewonnenen nichtäquidistanten Datenreihen der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen für eine Frequenzanalyse ungeeignet.

#### 6.6 ZUSAMMENFASSUNG DER MESSERGEBNISSE

Im Folgenden sollen die wesentlichen Erkenntnisse der durchgeführten Messungen aus Gründen der Übersichtlichkeit kurz zusammengefasst werden.

In den Versuchsreihen 2 und 3 konnte die Eigenfrequenz der Strömung durch den Einsatz eines Flügelradanemometers messtechnisch nachgewiesen werden. Die in Rohrachse und der Stelle Rohrachse+y<sub>m</sub> gemessenen Eigenfrequenzen der Strömung weisen an unterschiedliche Abweichungen, von der nach BÜNGER prognostizierten Eigenfrequenz der Strömung auf. Für beide Messpunkte können die auftretenden Abweichungen durch eine angenommene Verengung des Fließquerschnittes, aufgrund der Ausbreitung der Ablösungszone, entscheidend verringert werden. Die erzielten Messergebnisse sind jeweiligen Länge der aufgezeichneten unabhängig von der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen und unter gleichen Versuchsbedingungen reproduzierbar. Die Messung der STROUHAL-Frequenz kann für beide Messpunkte ausgeschlossen werden.

Die Erregerfrequenz der Strömung konnte in den durchgeführten Messungen nicht nachgewiesen werden. Ursache dafür sind Schwingungen im Infraschallbereich die durch Straßen- und Schienenverkehr sowie Baustellen und durch die Pumpe der Versuchsanlage verursacht werden können. Die Frequenzen dieser Schwingungen überlagern in den erzeugten Spektren den Bereich der zu erwartenden Erregerfrequenz der Strömung und verhindern so den messtechnischen Nachweis der Erregerfrequenz der Strömung.

Innerhalb der Versuchsreihen 1 und 4 konnten keine Erkenntnisse über das Auftreten der von BÜNGER vorhergesagten Frequenzen gewonnen werden. Dies lag im Fall der Versuchsreihe 1 im Wesentlichen an einem ungeeigneten Versuchsaufbau. Im Falle der Versuchsreihe 4 konnte das verwendete LDA den Verlauf der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen nur unzureichend beschreiben. Die starken Rauschanteile des LDA überlagern dabei die gesamte Bandbreite der gewonnenen Amplitudenspektren, was die Identifizierung dominanter Frequenzen verhindert.

#### 7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

#### 7.1 ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgte der messtechnische Nachweis, der nach der Theorie von BÜNGER beschriebenen Eigenfrequenz der Strömung. Die, unter den gegebenen Versuchsbedingungen, im Infraschallbereich (0 Hz bis 16 Hz) auftretende Erregerfrequenz der Strömung konnte aufgrund externer Störungen nicht nachgewiesen werden. Die erzielten Messergebnisse sind nicht von der Messzeit abhängig und sind unter gleichen Versuchsbedingungen reproduzierbar. Darüber hinaus sind die auftretenden Messabweichungen durch eine Störungen im Versuchsaufbau zu erklären (vgl. Kapitel 6). Für die relativ komplizierte Aufnahme der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in Druckrohrleitungen hat sich die Messmethodik des Flügelradanemometers gegenüber der des eingesetzten Laser-Doppler-Anemometers als vorteilhaft erwiesen. Das verwendete Laser-Doppler-Anemometer ist für die Messung der mittleren Geschwindigkeiten, im Bereich  $0,4 \le r/y \le 1$  der Rohrleitung DN100 gut geeignet. Der zeitliche Verlauf der Momentangeschwindigkeit wird allerdings, aufgrund der zufällig durch das Messvolumen tretenden Partikel, nur unzureichend beschrieben und verhindert so, in Verbindung mit einem starken Rauschen, die Identifikation von dominanten Frequenzen (siehe 6.4.2). Das Flügelradanemometer ist unabhängig von einer zufälligen Partikelankunftsrate und ist daher besser geeignet den Verlauf der Momentangeschwindigkeiten, (Verlauf der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen) zu messen. Zwar ist aufgrund der, durch die Lagerreibung verursachten Trägheit des Flügelrades davon auszugehen, dass nicht alle Schwankungskomponenten in ihrer realen Größe erfasst werden, jedoch kann das Flügelradanemometer den Verlauf der Momentangeschwindigkeiten in relativ gleichmäßigen Zeitintervallen  $\Delta t$  messen (vgl. Abschnitt 6.4.2) und bietet somit die Grundlage einer erfolgreichen Frequenzanalyse. Das Problem einer zu geringen Abtastfrequenz konnte durch eine Modifikation des Messflügels gelöst werden (siehe Abschnitt 4.1).

#### 7.2 AUSBLICK

Die gewonnenen Erkenntnisse führen unmittelbar zu Optimierungsvorschlägen für eine genauere Erfassung der BÜNGER-Frequenzen. Für mögliche, weiterführende Messungen strömungsimmanenter Frequenzen können aus Sicht des Autors folgende Anmerkungen hilfreich sein.

Die Messungen der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen innerhalb einer Druckrohrleitung erfordern eine voll ausgeprägte turbulente Strömung. Dazu ist eine genügend lange Einlaufstrecke zu gewährleisten, die mit der von NIKURADSE und BLASIUS vorgeschlagene und häufig angewendete Formel  $La = (50...100) \cdot d$  berechnet werden kann. Die Ablaufstrecke sollte mindestens 20% der gesamten Versuchstrecke betragen. Für Geschwindigkeitsschwankungen die Aufnahme der turbulenten kann das Flügelradanemometer MicroWater 5 benutzt werden. Dieser Messkopf ist einfach auf den modifizierten Schaft zu montieren und kann mit dem Messgerät Clima Air 3 betrieben werden. Die wesentlichen Vorteile bestehen dabei in einer höheren Impulsfrequenz gegenüber dem Flügelrad MiniWater 5 sowie in einem geringeren Durchmesser des Flügelrades von 11 mm. Somit ist die Messung an verschiedenen Punkten im Rohrquerschnitt besser möglich als mit dem Flügelrad MiniWater 5 (Durchmesser 22 mm). Die Aufnahme der Spannungsverläufe kann über den Soundkarteneingang in Verbindung mit den, als Freeware-Versionen erhältlichen, Programmen SpecLab oder Spectran erfolgen. Diese kostengünstige Messanordnung kann Aufschluss darüber geben, ob und im welchem Maße die auftretenden Messabweichungen der vorhandenen Rohrverengung geschuldet sind. Zusätzlich könnte dieser Messflügel durch seine höhere Impulsfrequenz die Möglichkeit bieten, die Erregerfrequenz bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten (0,2 m/s bis 0,6 m/s) zu messen. Bei diesen geringen Strömungsgeschwindigkeiten wird die Erregerfrequenz der Strömung größer und tritt nicht mehr im Infraschallbereich auf. Die Störungen können somit die Erregerfrequenz der Strömung nicht mehr überlagern. In jedem Falle ist dazu Rücksprache mit dem Hersteller bezüglich der abgegebenen Impulsfrequenz des Flügelrades MicroWater 5 zu halten.

Die Messung mit einem Hitzdrahtanemometer kann Aufschluss über das Auftreten der Erregerfrequenz der Strömung liefern. Dabei wird die konvektive Kühlung eines feinen, elektrisch beheizten Drahtes zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit benutzt. Zur Aufrechterhaltung einer konstanten Drahttemperatur wird über eine geregelte WHEATSTONEsche Messbrücke ein elektrischer Widerstand erzeugt. Die zur Temperaturregelung benötigte Brückenspannung korreliert dabei mit der Hitzdrahtanemometer erreichen Strömungsgeschwindigkeit. heute bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten eine hohe zeitliche Auflösung (von 300 Hz bis zu 3 kHz) und liefern ein kontinuierliches Spannungssignal was über entsprechende Kalibrierungskurven der Strömungsgeschwindigkeit zuzuordnen ist. Sie sind allerdings sehr sensible, nicht einfach zu handhabende Messinstrumente und bedürfen darüber hinaus einer häufig zu überprüfenden Kalibrierung. Zudem treten bei Komplettsystemen nicht unerhebliche Kosten von einigen tausend bis zu einigen zehntausend Euro auf.

Die Verwendung eines stärkeren Lasers kann die Signalleistung des LDA-Systems vergrößern und somit auch das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern. Aufgrund der sehr hohen Investitionskosten und der in Abschnitt 6.4.2 beschriebenen, vom Partikeldurchgang abhängigen und somit nichtäquidistanten Datenaufnahme ist diese Variante aus Sicht des Autors einer Messung mittels Hitzdrahtanemometer nicht vorzuziehen.

Mit dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Versuchsaufbau an der BTU-Cottbus steht eine Versuchsanlage zu Verfügung, die für eine Rohrleitung DN100 die geforderten Einlaufund Auslauflängen gewährleistet. Für die Messungen mit Flügelrad- oder Hitzdrahtanemometer sind hier lediglich geringfügige Veränderungen (Einbau der Messinstrumente in die Rohrleitung) notwendig. Die Messung mit einen Laser-Doppler-Anemometer erfordert keine Veränderung des Versuchsaufbaus. Somit sind die beschriebenen Messszenarien an der Versuchsanlage an der BTU-Cottbus durchführbar.

### 8 ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Bild 2.1: Geschwindigkeitsschwankungen einer turbulenten Strömung, aus [Bo 00]	5
Bild 2.2: Modell zu Ableitung der Viskosität, aus [Bo 00]	6
Bild 2.3: Modell zur Ableitung der turbulenten Schubspannung, aus [Bo 00]	7
Bild 2.4: Geschwindigkeitsprofile laminarer und turbulenter Strömung, aus [Bo 00]	9
Bild 2.5: 1/7-Potenzgesetz der Geschwindigkeitsverteilung, nach [Bo 00]	13
Bild 2.6: PRANDTLscher Mischungswegansatz, nach [Bo 00]	14
Bild 2.7: Hydraulisch glattes Verhalten (schematische Darstellung), nach [Bo 05]	
Bild 2.8: Hydraulisch raues Verhalten (schematische Darstellung), nach [Bo 05]	19
Bild 2.9: Hydraulisches Verhalten im Übergangsbereich (schematische Darstellung)	
Bild 3.1: Periodische Fortsetzung des durch $T = N \cdot \Delta t$ charakterisierten Signals, aus [Ho 01]	
Bild 3.2: Bewertung des Signals aus Bild 3.1 mit HAMMING-Fenster, aus [Ho 01]	
Bild 4.1: Versuchsaufbau Flügelradanemometermessung (Modell)	
Bild 4.2: Versuchsaufbau Flügelradanemometermessung (schematische Darstellung)	
Bild 4.3: Normkurve Mini Water 5	
Bild 4.4: Flügelradanemometer Mini Water 5: a) Abmaße, b) Foto Messkopf	
Bild 4.5: Messgerät Clima Air 3 (Foto)	
Bild 4.6: Messdatenaufnahme mit DI-194 (schematische Darstellung)	
Bild 4.7: Digitalwandler DI-194 (Foto)	
Bild 4.8: Messdatenaufnahme mit UPM 100 (schematische Darstellung)	
Bild 4.9: Flügelradanemometer Mini Water 5, modifiziert (Foto)	
Bild 4.10: Versuchsaufbau der LDA-Messung (Modell)	40
Bild 4.11: LDA Messung (schematische Darstellung), Quelle: Dantec Dynamics	41
Bild 4.12: Interferenzstreifenmuster zweier sich kreuzender Laserstrahlen, aus [Tr 02]	42
Bild 4.13: Doppler-Burst; links: Rohrsignal mit Gleich- und Wechselanteil,	
rechts: gefilterter Wechselanteil	43

Bild 5.1:	Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz,	
	Versuchsreihe 1	47
Bild 5.2:	Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz	
	nach Verringerung des Rohrdurchmessers auf DN100, Versuchsreihe 2	50
Bild 5.3:	Vergleich von Eigen- und Erregerfrequenz der Strömung mit nachweisbarer NYQUIST-Frequenz	
	nach Verringerung des Rohrdurchmessers auf DN100 und Modifizierung des	
	Flügelradanemometers Mini Water 5, Versuchsreihe 2	50
Bild 5.4:	Aufgenommenes Spannungssignal für vB <sub>B</sub> = 0,22 m/s (Q = $2 l/s$ )	51
Bild 5.5:	Aufgenommenes Spannungssignal für vB <sub>B</sub> = 1,34 m/s (Q = $10 \text{ l/s}$ )	51
Bild 5.6:	Aufgenommenes Spannungssignal für $v_B = 3,26 \text{ m/s} (Q = 24 \text{ l/s})$	52
Bild 5.7:	Einbaustellen des Flügelrades innerhalb der Versuchsreihe 2 (schematische Darstellung),	53
Bild 5.8:	Excelarbeitsblatt der Messung 16_01_RA	54
Bild 5.9:	Spannungssignal der Messung 16_01_RA	55
Bild 5.10	): Ermittlung der Momentangeschwindigkeiten und der zeitliche Zuordnung	56
Bild 5.11	: Berechnung von t $B_{fB}$ (schematische Darstellung)	57
Bild 5.12	2: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen der Messung 16_01_RA	57
Bild 5.13	3: Amplitudenspektrum der Messung 16_01_RA	58
Bild 5.14	: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen am Messpunkt 10 für Q = 15,9 l/s	63
Bild 5.15	: Amplitudenspektrum der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen am Messpunkt 10 für	
	Q = 15,9 l/s, Versuchsreihe 4	63
Bild 6.1:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung in Rohrachse	68
Bild 6.2:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung bei reduziertem Fließquerschnitt	
	A <sub>red</sub> der Messungen in Rohrachse	71
Bild 6.3:	Ablösung der Strömung durch Rohrverengung, aus [Bo 00]	72
Bild 6.4:	Verlustbeiwert $\zeta_v$ und Einschnürungsbeiwert $\psi$ bei plötzlicher Rohrverengung, aus [Bo 00]	73
Bild 6.5:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz in Rohrachse nach Abminderung des	
	Fließquerschnittes durch das Auftreten einer Ablösungszone	76
Bild 6.6:	Gegenüberstellung von STROUHAL-Frequenzen und gemessenen Frequenzen in Rohrachse	77
Bild 6.7:	Spektrum der Messung 20_01_RA (vollständiges Spektrum)	80

Bild 6.8: Spektrum der Messung 20_01_RA (Ausschnitt 0 Hz - 30 Hz)	81
Bild 6.9: Gemessene Frequenz und berechnete Eigenfrequenzen der Strömung an der Stelle	
"Rohrachse+y <sub>m</sub> "	83
Bild 6.10: Gemessene Frequenzen und berechnete Eigenfrequenzen der Strömung bei	
reduziertem Fliessquerschnitt A <sub>red</sub> am Messpunkt "Rohrachse+y <sub>m</sub> "	85
Bild 6.11: Gemessene Frequenzen und berechnete Eigenfrequenzen der Strömung an der Stelle	
"Rohrachse+ym" nach Verringerung des Fließquerschnittes für die Durchflüsse 6 l/s bis 28	l/s87
Bild 6.12: Gegenüberstellung von STROUHAL-Frequenzen und gemessenen Frequenzen am Messpunkt	t
"Rohrachse+y <sub>m</sub> "	89
Bild 6.13: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 10 l/s	92
Bild 6.14: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 16 l/s	93
Bild 6.15: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 22 l/s	94
Bild 6.16: Häufigkeitsverteilung für die Datenreihe des Durchflusses 26 l/s	95
Bild 6.17: Geschwindigkeitsprofile für $Q = 10 l/s$ , DN100	96
Bild 6.18: Geschwindigkeitsprofile für $Q = 16 l/s$ , DN100	97
Bild 6.19: Geschwindigkeitsprofile für $Q = 22 l/s$ , DN100	97
Bild 6.20: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen und Spektrum der Messung 10_Position 6,	
Versuchsreihe 4	99
Bild 6.21: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen und Spektrum der Messung 22_Position 9,	
Versuchsreihe 4	100
Bild 6.22: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen, LDA-Messung 22_Position 9	102
Bild 6.23: Turbulente Geschwindigkeitsschwankungen, Flügelradanemometer-Messung 22_01_RA	102

### 9 TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 2.1:	Exponenten des Potenzgesetzes nach ECK und zugehörige $\beta$ -Werte	13
Tabelle 2.2:	Berechnungsgleichungen für $\lambda$ nach BLASIUS, NIKURADSE und HERMANN, hydraulisch glattes	
	Verhalten	19
Tabelle 2.3:	Berechnungsgleichungen für $\lambda$ nach MOODY und ECK, hydraulisch raues Verhalten	20
Tabelle 5.1:	Überblick der durchgeführten Versuchsreihen	45
Tabelle 5.2:	Abstand y <sub>m</sub> in Abhängigkeit von Re	53
Tabelle 5.3:	Berechnete BÜNGER-Frequenzen der Versuchsreihe 4	60
Tabelle 5.4:	Messpunkte der Versuchsreihe 4 mit den zugehörigen Traversenpositionen und den	
	Entfrenungen des Messvolumens von der Rohrwand	61
Tabelle 6.1:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach	
	Mittelwertbildung der vier Einzelversuche	67
Tabelle 6.2:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach	
	Verringerung des Fließquerschnittes durch den Messflügeleinbau in Rohrachse	71
Tabelle 6.3:	Berechnete Eigenfrequenzen der Strömung in Rohrachse des verengten Fließquerschnittes A <sub>0</sub> .	74
Tabelle 6.4:	Berechnete Eigenfrequenz der Strömung und gemessene Frequenzen in Rohrachse	
	nach Annahme einer achtprozentigen Geschwindigkeitserhöhung	75
Tabelle 6.5:	Messergebnisse und Mittelwerte der 2 Sekunden Messreihen für die Durchflüsse 10 l/s, 16 l/s,	
	22 l/s und 26 l/s	78
Tabelle 6.6:	Berechnete Erregerfrequenzen der Strömung in Rohrachse	79
Tabelle 6.7:	Berechnete und gemessene Eigenfrequenz der Strömung und deren Abweichung nach	
	Verringerung des Fließquerschnittes durch den Messflügeleinbau an der Stelle	
	"Rohrachse+y <sub>m</sub> "	84
Tabelle 6.8:	Berechnete Eigenfrequenzen der Strömung und gemessene Frequenzen an der Stelle	
	"Rohrachse+y <sub>m</sub> " nach Annahme einer achtprozentigen Geschwindigkeitserhöhung	86
Tabelle 6.9:	Berechnete Erregerfrequenzen der Strömung an der Stelle "Rohrachse + $y_m$ "	90

# Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Erläuterung	
А	m <sup>2</sup>	allg. Fläche, Fließfläche	
$A_0$	m <sup>2</sup>	Fläche des verengten Fließquerschnittes	
A <sub>1</sub>	m <sup>2</sup>	Fließfläche vor Rohrverengung	
$A_2$	m <sup>2</sup>	Fließfläche nach Rohrverengung	
A <sub>red</sub>	m <sup>2</sup>	reduzierte Fließfläche nach Einbau des Messflügels	
<b>a</b> <sub>0</sub> , <b>a</b> <sub>n</sub>	-	FOURIER-Koeffizienten	
b <sub>n</sub>	-	FOURIER-Koeffizient	
C <sub>n</sub>	-	FOURIER-Koeffizient	
d	m	allg. Durchmesser	
$d_i$	m	Innendurchmesser Rohrleitung	
$d_0$	m	Durchmesse des verengten Fließquerschnittes	
d <sub>1</sub>	m	Durchmesser vor Rohrverengung	
d <sub>2</sub>	m	Durchmesser nach Rohrverengung	
$d_{\rm f}$	m	Abstand Interferenzstreifen des LDA-Messvolumens	
$F, F_{R}, F_{T}$	Ν	Kraft, Reibungskraft, Trägheitskraft	
Fr	-	FROUDEzahl	
$f_0 = 1/T$	Hz	Grundfrequenz	
$f_A$	Hz	Abtastfrequenz	
f <sub>D</sub>	Hz	Dopplerfrequenz	

Symbol	Einheit	Erläuterung
$f_E$	Hz	Eigenfrequenz der Strömung
$f_{\rm F}$	Hz	Eigenfrequenz des Fluides
$f_{\rm ER}$	Hz	Frequenz der Fremderregung
f <sub>gem</sub>	Hz	allg. gemessene Frequenz
$f_I$	Hz	Impulsfrequenz des Flügelradanemometers
$f_N$	Hz	nachweisbare NYQUIST-Frequenz
f <sub>R</sub>	Hz	Erregerfrequenz der Strömung
f <sub>Sr</sub>	Hz	STROUHALfrequenz
g	$m/s^2$	Fallbeschleunigung
h <sub>v</sub>	m	Verlusthöhe
h <sub>r</sub>	m	Reibungsverluste
$h_{v,\ddot{o}}$	m	örtliche Verluste
İ	Ν	Impulsstrom
k	m	absolute Rauheit
k/d	-	relative Rauheit
L	m	charakteristische Länge
l <sub>t</sub>	m	Verfahrweg der Traverse
М	-	auf Länge des Signalausschnittes gebrachte Fensterbreite
m	kg	Masse
<i>m</i>	kg/s	Massenstrom
n	-	allg. Variable natürliche Zahlen
Q	$m^3/s$	Durchfluss

Symbol		Einheit	Erläuterung	
Re		-	REYNOLDSzahl	
r		m	Radius	
$\mathbf{r}_{\mathrm{hy}}$		m	hydraulischer Radius	
Sr		-	STROUHALzahl	
Т		S	Periodendauer	
t		S	allg. Zeit	
t <sub>f</sub>		S	Zuordnungszeitpunkt der Impulsfrequenz	
V	m/s mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung, w nicht expliziet als Momentangeschwindig gekennzeichnet.			
v*		m/s	Schubspannungsgeschwindigkeit	
$\mathbf{v}_0^{\ *}$		m/s	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	
V <sub>max</sub>		m/s	maximale Geschwindigkeit	
V <sub>s</sub> , V <sub>n</sub>		m/s	Geschwindigkeit in Raumrichtung s bzw. n	
<b>v</b> <sub>x</sub> , <b>v</b> <sub>y</sub>		m/s	Geschwindigkeit in Richtung der kartesischen Raumkoordinaten x bzw. y	
	bei Betra	chtung von Mom	entangeschwindigkeiten	
	v	m/s	Momentangeschwindigkeit	
	$\overline{\mathbf{v}}$	m/s	mittlere Geschwindigkeit	
	v'	m/s	Schwankungskomponente um v	
$\underline{X}_n$		-	komplexe FOURIERkoeffizienten	
y <sub>m</sub>		m	Abstand von Rohrachse	

y<sub>w</sub> m Wandabstand

Symbol	Einheit	Erläuterung
y <sup>+</sup>	-	dimensionsloser Wandabstand
β	-	Verhältnis von mittlere zu maximaler Geschwindigkeit
$\Delta t$	S	Zeitintervall
$\delta_l = \delta_v$	m	Dicke der viskosen Unterschicht
$\mathcal{S}_{v}$	-	Verlustbeiwert nach IDELČIK
η	kg/m*s	dynamische Viskosität
Θ	deg	Kreuzungswinkel der Laserstrahlen
λ	-; nm	Widerstandbeiwert, Wellenlänge des Laserstrahles
V	$m^2/s$	kinematische Viskosität
ρ	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
τ	$kN/m^2$	Schubspannung
$ au_0$	$kN/m^2$	Wandschubspannung
$\tau_i$	m/s	Verweilzeit eines Partikels im Messvolumen des LDA
$arphi_0$	grad	Phasenwinkel
χ	-	Konstante 0,4
$\psi = A_0 / A_2$	-	Einschnürungsbeiwert
$\mathcal{O}_{o}$	Hz	Kreisfrequenz

#### 11 LITERATURVERZEICHNIS

- [Be 02] Bernard, P. S., Wallace, J. M.: Turbulent Flow: Alalysis, Measurement, and Prediction. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2002
- [Bo 00] Bollrich, G.: Technische Hydromechanik. Bd. 1., 5., veränd. Aufl. Berlin : Verl. Bauwesen, 2000
- [Bo 05] Bohl, W., Elmendorf, W.: Technische Strömungslehre: Stoffeigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen, Hydrostatik, Aerostatik, Inkompressible Strömungen, Kompressible Strömungen, Strömungsmesstechnik. 13., überarbeitete und erweiterte Auflage. Würzburg : Vogel Buchverlag, 2005
- [Bz 02] Bezzola, G. R.: Fließwiderstand und Sohlenstabilität natürlicher Gerinne unter besonderer Berücksichtigung der relativen Überdeckung. Zürich: Dissertation an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich - VAW Mitteilung 173, 2002
- [Fl 05] Flex Pro 7.0.6: Online Hilfe Lomb Scargle Periodogramm . 2005
- [Ha 79] Hardtke, P. G.: Turbulenzerzeugte Sedimentriffeln. Dissertation Universität Karlsruhe (TH) 1979
- [Ho 01] Hoffmann, R.: Grundlagen der Frequenzanalyse, Eine Einführung für Ingenieure und Informatiker. Renningen-Malmsheim: expert-Verl., 2001
- [Kl 67] Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A., Runstadtler, P. W.: The structure of turbulent boundary layers. J. Fluid Mech. vol. 30, part 4, pp (1967):741-773
- [Kr 86] Kranawettreiser J.: Schwingungen im Zusammenhang mit Strömungsvorgängen. Hydrolabor Schleusingen 1986 (unveröffentlicht)

[Kr 88]	Kranawettreiser J.: Schwingungen im Zusammenhang mit Strömungsvorgängen. Hydrolabor Schleusingen 1987 (unveröffentlicht)
[Kr 89]	Kranawettreiser J.: Schwingungen im Zusammenhang mit Strömungsvorgängen. Hydrolabor Schleusingen 1989 (unveröffentlicht)
[Ma 00]	Martin H., Pohl R.: Technische Hydromechanik. Bd. 4., Berlin : Verl. Bauwesen, 2000
[Mo 71]	Morrison, W. R. B., Bullock, K. L., Kronauer, R. E.,: Experimental evidence of waves in the sublayer. J. Fluid Mech., vol. 47, part 4, (1971): 639-656
[Ro 71]	Rotta, J. C.: Turbulente Strömungen. B. G. Teubner, 1971
[Rö]	Rösler: Grundlagen der Strömungsmesstechnik, unveröffentlicht
[Se 50]	Seiferth, R., Krüger W.: Überraschend hohe Reibungsziffer einer Fernwasserleitung. VDI-Zeitschrift, Bd.92, Nr.8, (1950): 189-191
[Si 96]	Sigloch, H.: Technische Fluidmechanik.3., vollst. überarbeitete. und erweiterte Auflage. Düsseldorf: VDI Verlag, 1996
[Si 00]	Siekmann, H.E.: Strömungslehre : Grundlagen. Berlin: Springer, 2000
[Th 79]	Thomas, R. M.: Size of scallops and ripples formed by flowing water. Nature, vol. 277, (1979): 281-283
[Tr 02]	Tropea, C.: Laser-Doppler-Anemometrie (LDA), Grundlagen und Auslegung. Skriptum TU-Darmstadt 2002
[Wa 92]	Wagner, W.: Strömung und Druckverlust. 3., überarbeitete Auflage. Würzburg: Vogel Buchverlag, 1992
[Wi 00]	Winkler J., Aurich H.: Taschenbuch der Technischen Mechanik. 7., bearb. Aufl. München: Fachbuchverlag Leipzig, 2000
[Wi 06]	Wikipedia (2006): Resonanzkatastrophe. Online im Internet. UHL: http://www.wikipedia.org/wiki/Resonanzkatastrophe, abgerufen am 04.06.2006

[Ya 88] Yalin, M.S.: On the formation mechanism of dunes and ripples. Institut für Wasserbau und Wassermengenwirtschaft und Versuchsanstalt für Wasserbau Oskar v. Miller-Institut in Obernach - Technische Universität München, Bericht Nr. 59, (1988): 81-94

# 12 ANLAGENVERZEICHNIS

A.1	Nachweisbare Frequenzen, Versuchsreihe 1
A.2	Zu erwartende und theoretisch nachweisbare Frequenzen nach Verringerung des Rohrquerschnittes von DN150 auf DN100, Versuchsreihe 2
A.3	Zu erwartende und theoretisch nachweisbare Frequenzen nach Verringerung des Rohrquerschnittes von DN150 auf DN100 und Modifizierung des Flügelradanemometers Mini Water 5, Versuchsreihe2
A.4	Eigenfrequenz der Strömung in Rohrachse, Versuchsreihe2
A.5	Spektrum der Messung 12_04_RA (Messung 4, Q =12 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2
A 6	Spektrum der Messung 20_02_RA (Messung 2, Q =20 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2
Α7	Spektrum der Messung 26_03_RA (Messung 3, Q =26 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2
A 8	Vergleich der gemessenen Frequenzen mit den zu erwartenden STROUHAL-Frequenzen $f_{s_s}$ in Rohrachse, Versuchsreihe 2
A 9	Vergleich der gemessenen Frequenzen mit den zu erwartenden STROUHAL-Frequenzen $f_{s_i}$ am Messpunkt "Rohrachse+ $y_m$ ", Versuchsreihe 2
A 10	Eigenfrequenz der Strömung an der Stelle "Rohrachse+y"", Versuchsreihe2

### ANLAGEN

Erdbeschleunigung g:		9,81	$m/s^2$				
kin. Viskosität v (10.6°C):		1,29E-06	$m^2/s$				
1	Rohrinnendur	chmesser d <sub>i</sub> :	0,1446	m			
hydr	hydraulischer Radius $r_{hy}=d_i/4$ :		0,0362	m			
	Fliessfläch	e A= $\pi d_i^2/4$ :	0,0164	m <sup>2</sup>			
Q [l/s]	$v \left[ m/s \right]$	Re[-]	$f_{\rm E}$ [Hz]	f <sub>R</sub> [Hz]	$f_{\rm F} \left[ {\rm Hz} \right]$	$f_{A}$ [Hz]	$f_N$ [Hz]
1	0,06	6831	0,8	80,5	1438,3	1,0	0,5
2	0,12	13662	1,7	40,3	5753,4	2,4	1,2
3	0,18	20493	2,5	26,8	12945,1	3,8	1,9
4	0,24	27324	3,4	20,1	23013,6	5,2	2,6
5	0,30	34155	4,2	16,1	35958,7	6,7	3,3
6	0,37	40986	5,1	13,4	51780,5	8,1	4,0
7	0,43	47818	5,9	11,5	70479,1	9,5	4,7
8	0,49	54649	6,7	10,1	92054,3	10,9	5,5
9	0,55	61480	7,6	8,9	116506,2	12,3	6,2
10	0,61	68311	8,4	8,1	143834,9	13,8	6,9

### A.1 Nachweisbare Frequenzen, Versuchsreihe 1

	Erdbesch	nleunigung g:	9,81	$m/s^2$			
	kin. Viskosität v (10.6°C):		1,29E-06	$m^2/s$			
Rohrinnendurchmesser d <sub>i</sub> :		0,0994	m				
hyd	lraulischer Rac	lius $r_{hy}=d_i/4$ :	0,0249	m			
	Fliessfläch	he A= $\pi d_i^2/4$ :	0,0078	m <sup>2</sup>			
Q [l/s]	v [m/s]	Re[-]	$f_{\rm E} \left[ {\rm Hz} \right]$	$f_{R}\left[Hz\right]$	$f_{\rm F} \left[ {\rm Hz} \right]$	f <sub>A</sub> [Hz]	f <sub>N</sub> [Hz]
1	0,13	9937	2,6	38,1	6441,6	2,6	1,3
2	0,26	19875	5,2	19,0	25766,3	5,6	2,8
3	0,39	29812	7,8	12,7	57974,1	8,6	4,3
4	0,52	39749	10,4	9,5	103065,1	11,6	5,8
5	0,64	49687	13,0	7,6	161039,3	14,6	7,3
6	0,77	59624	15,6	6,3	231896,5	17,6	8,8
7	0,90	69561	18,2	5,4	315637,0	20,6	10,3
8	1,03	79499	20,7	4,8	412260,5	23,6	11,8
9	1,16	89436	23,3	4,2	521767,2	26,6	13,3
10	1,29	99374	25,9	3,8	644157,1	29,6	14,8
11	1,42	109311	28,5	3,5	779430,1	32,7	16,3
12	1,55	119248	31,1	3,2	927586,2	35,7	17,8
13	1,68	129186	33,7	2,9	1088625,5	38,7	19,3
14	1,80	139123	36,3	2,7	1262547,9	41,7	20,8
15	1,93	149060	38,9	2,5	1449353,4	44,7	22,4
16	2,06	158998	41,5	2,4	1649042,1	47,7	23,9
17	2,19	168935	44,1	2,2	1861614,0	50,7	25,4
18	2,32	178872	46,7	2,1	2087068,9	53,7	26,9
19	2,45	188810	49,3	2,0	2325407,1	56,7	28,4
20	2,58	198747	51,9	1,9	2576628,3	59,8	29,9
21	2,71	208684	54,5	1,8	2840732,7	62,8	31,4
22	2,84	218622	57,0	1,7	3117720,3	65,8	32,9
23	2,96	228559	59,6	1,7	3407591,0	68,8	34,4
24	3,09	238497	62,2	1,6	3710344,8	71,8	35,9
25	3,22	248434	64,8	1,5	4025981,8	74,8	37,4
26	3,35	258371	67,4	1,5	4354501,9	77,8	38,9
27	3,48	268309	70,0	1,4	4695905,1	80,8	40,4
28	3,61	278246	72,6	1,4	5050191,5	83,8	41,9
29	3,74	288183	75,2	1,3	5417361,1	86,9	43,4

### A.2 Zu erwartende und theoretisch nachweisbare Frequenzen nach Verringerung des Rohrquerschnittes von DN150 auf DN100, Versuchsreihe 2

#### A.3 Zu erwartende und theoretisch nachweisbare Frequenzen nach Verringerung des Rohrquerschnittes von DN150 auf DN100 und Modifizierung des Flügelradanemometers Mini Water 5, Versuchsreihe 2

Erdbeschleunigung g:		9,81	$m/s^2$				
kin. Viskosität ν (10.6°C):		1,29E-06	$m^2/s$				
Rohrinnendurchmesser d <sub>i</sub> :			0,0994	m			
hydraulischer Radius $r_{hy}=d_i/4$ :		0,0249	m				
	Fliessfläch	he A= $\pi d_i^2/4$ :	0,0078	m <sup>2</sup>			
Q [l/s]	v [m/s]	Re[-]	$f_{\rm E} \left[ {\rm Hz} \right]$	f <sub>R</sub> [Hz]	$f_{\rm F} \left[ Hz \right]$	$f_{\Lambda}$ [Hz]	f <sub>N</sub> [Hz]
1	0,13	9937	2,6	38,1	6441,6	10,3	5,2
2	0,26	19875	5,2	19,0	25766,3	22,5	11,2
3	0,39	29812	7,8	12,7	57974,1	34,6	17,3
4	0,52	39749	10,4	9,5	103065,1	46,8	23,4
5	0,64	49687	13,0	7,6	161039,3	58,0	29,0
6	0,77	59624	15,6	6,3	231896,5	70,1	35,1
7	0,90	69561	18,2	5,4	315637,0	82,3	41,1
8	1,03	79499	20,7	4,8	412260,5	94,4	47,2
9	1,16	89436	23,3	4,2	521767,2	106,6	53,3
10	1,29	99374	25,9	3,8	644157,1	118,7	59,4
11	1,42	109311	28,5	3,5	779430,1	130,9	65,4
12	1,55	119248	31,1	3,2	927586,2	143,0	71,5
13	1,68	129186	33,7	2,9	1088625,5	155,2	77,6
14	1,80	139123	36,3	2,7	1262547,9	166,4	83,2
15	1,93	149060	38,9	2,5	1449353,4	178,5	89,3
16	2,06	158998	41,5	2,4	1649042,1	190,7	95,3
17	2,19	168935	44,1	2,2	1861614,0	202,8	101,4
18	2,32	178872	46,7	2,1	2087068,9	215,0	107,5
19	2,45	188810	49,3	2,0	2325407,1	227,1	113,6
20	2,58	198747	51,9	1,9	2576628,3	239,3	119,6
21	2,71	208684	54,5	1,8	2840732,7	251,4	125,7
22	2,84	218622	57,0	1,7	3117720,3	263,6	131,8
23	2,96	228559	59,6	1,7	3407591,0	274,8	137,4
24	3,09	238497	62,2	1,6	3710344,8	286,9	143,5
25	3,22	248434	64,8	1,5	4025981,8	299,1	149,5
26	3,35	258371	67,4	1,5	4354501,9	311,2	155,6
27	3,48	268309	70,0	1,4	4695905,1	323,4	161,7
28	3,61	278246	72,6	1,4	5050191,5	335,5	167,8
29	3,74	288183	75,2	1,3	5417361,1	347,7	173,8

Q [1/s]	v <sub>max</sub> [m/s]	f <sub>E</sub> [Hz]	v <sub>gem</sub> [m/s]	f <sub>gem</sub> [Hz]	Abweichung der Geschwindigkeit	Abweichung der Frequenz
					[%0]	[%0]
28			4,01	94,1	-5,2	10,6
	4,23	85,11	4,03	94,2	-4,7	10,7
28,02 - 28,07			4,03	93,9	-4,8	10,3
			4,04	94,0	-4,5	10,4
26			3,78	88,4	-3,9	11,9
	3.93	79.03	3,75	88,0	-4,5	11,3
26.03 - 26.04	3,75	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	3,76	87,4	-4,3	10,6
20,03 20,01			3,75	85,7	-4,6	8,4
24			3,43	80,6	-5,3	10,5
24	2 ( 2	72.05	3,47	81,0	-4,4	11,0
24.02 24.02	5,05	72,95	3,45	81,4	-4,8	11,6
24,03 - 24,03			3,47	81,9	-4,4	12,3
22	3,32	66,87	3,12	72,2	-6,2	8,0
22			3,17	73,1	-4,8	9,3
22,02 - 21,97			3,11	73,5	-6,5	9,9
			3,13	73,9	-5,8	10,5
		(1.0)	2,85	66,8	-7,3	7,8
20	3 09		2,87	66,8	-6,8	7,8
20.02.20.04	3,08	01,90	2,86	66,7	-7,2	7,7
20,02 -20,04			2,87	68,4	-6,8	10,4
10			2,63	62,8	-5,1	12,6
18	0.77		2,59	61,1	-6,7	9,6
18,01 -17,96	2,77	55,76	2,60	62,1	-6,2	11,4
			2,58	61,3	-7,0	9,9
1.			2,31	54,9	-6,3	10,8
16	2.44	40.57	2,29	52,6	-6,9	6,1
16.04 45.04	2,46	49,5/	2,31	62,1	-6,0	25,3
16,01 -15,91			2,31	54,4	-6,0	9,8

### A.4 Eigenfrequenz der Strömung in Rohrachse, Versuchsreihe2

Q	V <sub>max</sub>	$f_{\rm E}$	Vgem	f <sub>gem</sub>	Abweichung der	Abweichung
[1/s]	[m/s]	[Hz]	[m/s]	[Hz]	Geschwindigkeit	der Frequenz
					[%]	[%]
1.4			2,12	48,8	-1,8	12,5
14	2.1.6	43,37	2,09	49,1	-3,2	13,2
14.01 14.02	2,16		2,02	47,0	-6,5	8,4
14,01 - 14,02			2,01	45,5	-6,7	4,9
10			1,79	40,7	-3,4	9,5
12	1.05	27 17	1,80	41,3	-2,8	11,1
11.00 12.01	1,05	57,17	1,82	42,6	-1,3	14,6
11,99 - 12,01			1,80	41,9	-2,5	12,7
10		30,98	1,52	35,4	-1,1	14,3
10	1.54		1,52	35,3	-1,1	14,0
10.02 9.99	1,54		1,51	35,2	-1,8	13,7
10,02 - 9,99			1,51	35,0	-1,8	13,0
Q	1,23	24,78	1,19	27,6	-3,1	11,4
0			1,20	28,1	-2,5	13,4
8,00 - 7,97			1,21	28,0	-1,8	13,0
			1,20	28,3	-2,6	14,2
6			0,92	21,7	-0,4	16,7
0	0.92	18 50	0,89	21,1	-3,4	13,5
6.01 5.96	0,72	10,55	0,90	20,5	-2,6	10,3
0,01 - 3,90			0,90	20,6	-2,0	10,8
4			0,60	ł	-4,2	-
T	- 0,63	12,69	0,60	ł	-4,2	-
4,01 - 3,98			0,61	ł	-3,9	-
			0,61	-	-3,5	-
2			0,29	6,3	-7,5	-0,7
	0.22	6,35	0,29	6,3	-7,5	-0,7
2.01 1.08	0,32		0,30	6,4	-4,6	0,8
2,01 - 1,98			0,30	6,6	-5,5	2,4

A.5 Spektrum der Messung 12\_04\_RA (Messung 4, Q =12 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2



A.6 Spektrum der Messung 20\_02\_RA (Messung 2, Q =20 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2



A.7 Spektrum der Messung 26\_03\_RA (Messung 3, Q =26 l/s, Rohrachse), Versuchsreihe 2



V <sub>max</sub>	$\mathbf{f}_{\mathrm{S}}$	$f_S$	$f_{gem}$
	(Sr = 0, 16)	(Sr = 0,22)	-
[m/s]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
4,57	48,73	67,00	94,2
4,24	45,25	62,22	87,4
3,92	41,77	57,43	81,2
3,59	38,29	52,65	73,2
3,26	34,81	47,86	67,3
2,99	31,93	43,90	61,8
2,66	28,38	39,02	54,0
2,33	24,83	34,14	47,6
2,00	21,28	29,26	41,6
1,66	17,74	24,39	35,2
1,33	14,19	19,51	28,0
1,00	10,64	14,63	21,0
0,68	7,27	9,99	-
0,34	3,63	5,00	6,4

A.8 Vergleich der gemessenen Frequenzen mit den zu erwartenden STROUHAL-Frequenzen  $f_{s_i}$ in Rohrachse, Versuchsreihe 2

A.9 Vergleich der gemessenen Frequenzen mit den zu erwartenden STROUHAL-Frequenzen  $f_{S_i}$ am Messpunkt "Rohrachse+ $y_m$ ", Versuchsreihe 2

v+8%	$f_s$	$f_{s}$	$f_{gem}$
	(Sr = 0, 16)	(Sr = 0,22)	
[m/s]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
3,90	41,6	57,2	90,1
3,62	38,6	53,1	82,3
3,34	35,6	49,0	75,5
3,06	32,7	44,9	69,0
2,78	29,7	40,8	63,1
2,51	26,7	36,7	56,9
2,23	23,8	32,7	50,7
1,95	20,8	28,6	44,1
1,67	17,8	24,5	37,7
1,39	14,8	20,4	31,2
1,11	11,9	16,3	24,4
0,84	8,9	12,2	17,7
0,56	5,9	8,2	10,8
0,28	3,0	4,1	4,6

Q [1/s]	v [m/s]	f <sub>R</sub> [Hz]	v <sub>gem</sub> [m/s]	f <sub>gem</sub> [Hz]	Abweichung der Geschwindigkeit [%]	Abweichung der Frequenz [%]
20		72,6	3,99	94,6	9,56	30,1
20	3 61		3,81	88,6	5,22	21,9
28.01 28.06	5,01		3,76	88,1	4,11	21,2
20,01 - 20,00			3,80	89,1	5,08	22,6
26			3,51	82,1	4,55	21,6
20	3 35	67.4	3,53	82,9	5,06	22,8
26.04 26.02	5,55	07,4	3,52	82,0	4,79	21,5
20,04 - 20,02			3,52	82,3	4,92	21,9
24			3,26	75,1	4,99	20,6
24	3.00	62,2	3,25	76,3	4,81	22,6
24,01 - 24,02	5,09		3,25	74,7	4,81	20,0
			3,25	75,9	4,81	22,0
22	2,84	57.0	2,97	69,8	4,54	22,8
22			2,95	68,7	3,88	20,8
22.01 .01.02		57,0	2,95	68,5	4,01	20,5
22,01 - 21,03			2,97	68,9	4,63	21,2
20		51.0	2,72	63,3	5,28	21,9
20	2.58		2,70	62,7	4,38	20,7
19.97 20.02	2,50	51,9	2,71	62,8	4,74	20,9
19,97 - 20,02			2,70	63,5	4,51	22,3
18			2,43	56,8	4,60	21,3
10	2,32	46,7	2,44	56,7	5,07	21,1
10.02 17.00			2,44	57,3	5,11	22,5
10,03 -17,20			2,44	56,9	5,13	21,5
17		41,5	2,17	50,9	4,99	22,3
10	- 2,06		2,18	50,9	5,30	22,4
16.03 15.0F			2,18	50,6	5,62	21,7
16,03 -15,95			2,43	50,3	15,03	21,0

# A.10 Eigenfrequenz der Strömung an der Stelle "Rohrachse+ $y_m$ ", Versuchsreihe2

Q [l/s]	v [m/s]	f <sub>R</sub> [Hz]	v <sub>gem</sub> [m/s]	f <sub>gem</sub> [Hz]	Abweichung der Geschwindigkeit [%]	Abweichung der Frequenz [%]
14		36,3	1,89	44,0	4,67	20,8
14	1.90		1,90	44,4	5,15	21,9
14.02 14.01	1,00		1,90	44,4	4,83	21,9
14,05 - 14,01			1,89	43,7	4,75	19,9
10			1,62	37,7	4,35	21,0
12	1 55	21.1	1,61	37,6	4,19	20,8
12.03 12.01	1,55	51,1	1,62	37,7	4,55	21,0
12,05 - 12,01			1,62	37,6	4,52	20,6
10			1,34	31,3	3,95	20,8
10	1 20	25,9	1,35	31,0	4,62	19,7
10.03 0.08	1,29		1,35	31,4	4,75	21,3
10,05 - 9,98			1,35	30,9	4,30	19,3
0	1,03	20.7	1,06	24,3	2,49	16,9
0			1,05	24,2	2,22	16,4
8 0 <b>2</b> 7 00		20,7	1,07	24,6	3,25	18,5
8,02 - 7,99			1,06	24,4	2,63	17,5
6		15,6	0,78	17,5	0,52	12,7
0	- 0,77		0,78	17,9	0,49	15,2
6.03 5.08			0,77	17,6	-0,50	13,5
0,05 - 5,98			0,77	17,7	-0,26	13,8
4			0,48	10,8	-6,88	4,0
4	0.52	40.4	0,48	10,8	-7,21	3,7
4,03 - 4,02	0,52	10,4	0,48	11,1	-6,84	6,7
			0,47	10,4	-10,26	0,0
2			0,22	4,6	-18,19	-12,1
	0.01	5,2	0,22	4,6	-18,50	-11,5
201 204	0,20		0,22	4,6	-18,25	-11,7
2,01 - 2,04			0,21	4,4	-21,50	-14,6