

## W9 Thermohaus

### Physikalische Grundlagen

Besteht zwischen zwei im Abstand  $dr$  gelegenen Punkten eines Körpers der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ein Temperaturunterschied  $d\vartheta$ , so fließt vom wärmeren zum kälteren Punkt Wärme mit der Wärmestromdichte (Wärmeenergie pro Zeit  $t$  und Fläche  $A$ )

$$\vec{q} = -\lambda \frac{d\vartheta}{d\vec{r}} \quad (1)$$

Bei sich nicht mehr ändernder Temperaturverteilung kann der Differentialquotient durch den Differenzenquotienten ersetzt werden. Bei außerdem eindimensionaler Betrachtung in einem homogenen Körper folgt

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\Delta\vartheta}{\Delta x} \quad (2)$$

In Analogie zur Elektrotechnik ist es üblich,  $R = \Delta x / \lambda$  als Wärmewiderstand zu bezeichnen.

Die in der Zeit  $t$  transportierte Wärmemenge  $Q$  beträgt

$$Q = At \cdot \dot{q} = At \cdot \frac{\Delta\vartheta}{R} \quad (3)$$

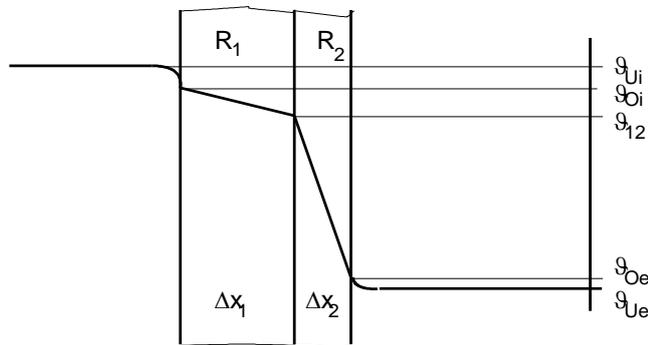
Bei zwei oder mehreren Materialschichten, die hintereinander angeordnet sind, kann die gesamte Temperaturdifferenz als Summe der Temperaturdifferenzen über jeder Schicht dargestellt werden  $\Delta\vartheta_{Ges} = \Delta\vartheta_1 + \Delta\vartheta_2 + \dots$ . Definiert man mit  $R_{Ges} = \Delta\vartheta_{Ges} / \dot{q}$  kann für weitere Berechnungen der konkrete Schichtaufbau unberücksichtigt bleiben.

Da bei stationärem Wärmetransport die Wärmestromdichte in jeder Schicht gleich groß sein muss, kann der Gesamtwärmewiderstand (Wärmedurchlasswiderstand) aus der Summe der Wärmewiderstände der Einzelschichten berechnet werden  $R_{Ges} = R_1 + R_2 + \dots$ .

Befindet sich im Anschluss an eine Materialschicht Luft, wird die Wärme nur noch unbedeutend durch Wärmeleitung weitertransportiert. Der Wärmetransport erfolgt vor allem durch Wärmestrahlung und Konvektion. Näherungsweise kann angenommen werden, dass der durch diese Prozesse bedingte Wärmestrom linear von der Differenz zwischen der Oberflächentemperatur der Schicht  $\vartheta_O$  und der Lufttemperatur  $\vartheta_U$  abhängt, so dass es sinnvoll ist, einen Übergangswiderstand  $R_{Ü} = (\vartheta_O - \vartheta_U) / \dot{q}$  einzuführen.

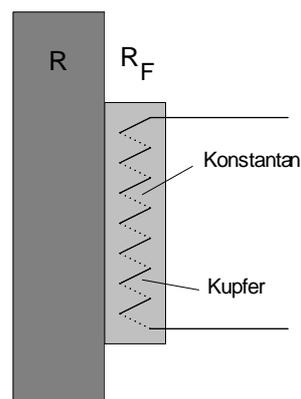
Addiert man zum Wärmedurchlasswiderstand einer Schicht die Übergangswiderstände hinzu, erhält man den Wärmedurchgangswiderstand. Im Bauwesen wird üblicherweise dessen Kehrwert,

der Wärmedurchgangskoeffizient  $U = 1/R_{Ges}$  (so genannter  $U$ -Wert), angegeben. Im folgenden Diagramm ist der Temperaturverlauf über einer Zweischichtplatte skizziert.



**Abb.1** Temperaturverlauf an einer Zweischichtplatte

Zur Messung von Wärmestromdichten wird der wärmedurchströmten Schicht ein kleiner, im Vergleich zur Schicht vernachlässigbarer, bekannter Wärmewiderstand  $R_F$  (in Form einer dünnen, einige  $cm^2$  großen Platte) in Reihe geschaltet.



**Abb.2** Aufbau eines auf einer Schicht mit dem Wärmewiderstand  $R$  aufgebrachten Wärmestromsensors

Über dem Wärmewiderstand  $R_F$  bildet sich die Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta_F = \dot{q}R_F$ . Zur Messung dieser meist extrem kleinen Temperaturdifferenz werden zumeist Reihenschaltungen von vielen (oft tausenden) Thermoelementen benutzt. Die von diesen abgegebene elektrische Spannung kann bequem gemessen werden und ist bei entsprechender Kalibrierung des Sensors ein direktes Maß für die unbekannte Wärmestromdichte.

## Versuchsvorbereitung

- Berechnen Sie den  $U$ -Wert für eine Schicht der Dicke  $1\text{cm}$  mit der Wärmeleitfähigkeit  $0,15\text{W}/(\text{m K})$ , wenn für die Übergangswiderstände jeweils der Wert  $0,1\text{m}^2\text{K}/\text{W}$  angenommen wird.

Um wie viel % ändert sich der  $U$ -Wert, wenn ein Wärmestromsensor der Dicke  $1,5\text{mm}$  mit der Wärmeleitfähigkeit  $0,12\text{ W}/(\text{m K})$  angebracht wird?

- Welche Schicht in Abb.1 hat die kleinere Wärmeleitfähigkeit (Begründung)?
- Zeigen Sie, dass bei der Reihenschaltung von Wärmewiderständen diese addiert werden, wenn in allen Schichten die Wärmestromdichte konstant gleich ist!
- Möglichkeiten von Temperaturmessungen, Funktionsweise von Thermoelementen und Widerstandsthermometern

## Aufgaben

- Bestimmen Sie den  $U$ -Wert einer vorgegebenen Platte im Thermohaus!

Das Thermohaus ist im Wesentlichen ein beheizter Kasten mit auswechselbaren Wänden. An der zu messenden Wand befinden sich innen und außen Temperaturfühler zur Messung von  $\vartheta_{O_i}$  und  $\vartheta_{O_e}$ . Des Weiteren sind Temperaturfühler zur Messung der Lufttemperaturen  $\vartheta_{U_i}$  und  $\vartheta_{U_e}$  und ein Wärmestromsensor zur Bestimmung der Wärmestromdichte  $\dot{q}$  vorhanden.

Die im Thermohaus befindliche Heizung ist zweipunktgeregelt. Der Temperaturverlauf ist bis zur Erreichung erkennbarer Regelzyklen der Heizung aufzunehmen. Zur Auswertung werden die Messwerte mehrerer vollständiger Regelzyklen herangezogen und gemittelt.

- Berechnen Sie die Übergangswiderstände und den Wärmedurchlasswiderstand sowie die Wärmeleitfähigkeit des Plattenmaterials!
- Führen Sie eine Fehlerschätzung für den  $U$ -Wert durch!