

W7 Adiabatische Zustandsänderung

Grundlagen

Zustandsänderungen¹, bei denen keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird, d.h. $dQ = 0$, werden adiabatisch genannt.² Setzt man im 1. Hauptsatz der Wärmelehre $dU = dQ + dW$ die Ausdrücke für die innere Energie U und die mechanische Arbeit W ein, folgt

$$nC_V dT = -pdV. \quad (1)$$

Andererseits sind die 3 Zustandsgrößen Temperatur T , Druck p und Volumen V durch die Zustandsgleichung für das ideale Gas $pV = nRT$ miteinander verknüpft³. In differenzieller⁴ Form lautet sie

$$nRdT = pdV + Vdp. \quad (2)$$

Oft wird der Zusammenhang zwischen p und V dargestellt. Um diesen zu erhalten, wird aus den beiden Gleichungen (1) und (2) dT eliminiert. Nach Integration folgt

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (3)$$

Der auftretende Term $(C_V + R)/C_V = \kappa$ wird als Adiabatenexponent bezeichnet. Mit der molaren spezifischen Wärme bei konstantem Volumen $C_V = f/2 \cdot R$ kann dieser in Abhängigkeit der Zahl der Freiheitsgrade⁵ f des Gases auch mit

$$\kappa = 1 + \frac{2}{f}. \quad (4)$$

bestimmt werden.

Zur experimentellen Bestimmung von κ nach Flammersfeld kann ein beweglicher Kolben der Masse m auf einer Gassäule mit der Querschnittsfläche A und dem Gesamtvolumen V zu mechanischen Schwingungen mit der Auslenkung x , bzw. mit einer damit verbundenen Volumenänderung, angeregt werden.⁶

Die Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{m/D}$ wird neben der Masse des Schwingers durch das Direktionsmoment D , welches das Verhältnis aus rücktreibender Kraft und Auslenkung darstellt, bestimmt. Für gilt

¹Hier werden ideale Gase betrachtet.

²Oder auch isentrope Zustandsänderung, da die Entropie konstant ist.

³ n ist die Stoffmenge, $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ die allgemeine Gaskonstante

⁴Es muss beachtet werden, dass keine der Zustandsgrößen konstant ist und deshalb das totale Differenzial zu bilden ist.

⁵Neben den 3 Freiheitsgraden der Translation kommen bei Molekülen noch Rotationsfreiheitsgrade hinzu. Bei zweiatomigen bzw. linearen Molekülen beträgt deren Zahl 2, sonst 3. Mögliche Schwingungsfreiheitsgrade spielen bei Umgebungstemperatur praktisch keine Rolle und bleiben unbeachtet.

⁶Ist die Periodendauer der Schwingung hinreichend klein, kann in guter Näherung von adiabatischen Verhältnissen ausgegangen werden.

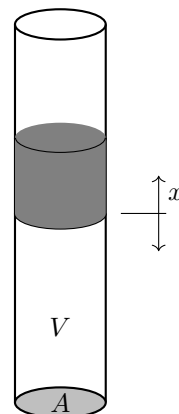


Abbildung 1: Gasoszillator nach Flammersfeld. Der leichtbewegliche Kolben schwingt um seine Ruhelage auf dem Gasvolumen V . Zum Ausgleich des zwischen Kolben und Gefäßwand unvermeidlich entweichenden Gases und zur Entdämpfung der Schwingung wird dem sonst abgeschlossenen Volumen ein kontinuierlicher Gastrom zugeführt. Durch eine kleine Öffnung im Gefäß im Bereich des Kolbens stellt sich die mittlere Position des Kolbens ein und zuviel zugeführtes Gas kann entweichen.

$$D = -\frac{dF}{dx} = -\frac{dp \cdot A}{dV/A} = -A^2 \frac{dp}{dV}. \quad (5)$$

Die Ableitung der Adiabatengleichung (3) liefert $dp/dV = -\kappa \cdot p/V$. κ kann so durch Messung der Schwingungsdauer mit

$$\kappa = \frac{4\pi^2 mV}{pA^2 T^2}. \quad (6)$$

berechnet werden.

Bei dem Messverfahren nach Clément-Desormes befindet sich das Gas anfänglich unter einem leichten Überdruck $p_1 = p_0 + \Delta p_1$ in einem Gefäß bei Umgebungstemperatur T_0 . Wird das Gefäß kurzzeitig geöffnet, entspannt sich das Gas adiabatisch auf den Umgebungsdruck p_0 und kühlt sich dabei auf die Temperatur T_1 ab. Es gilt⁷

$$p_1 \frac{T_0^\kappa}{p_1^\kappa} = p_0 \frac{T_1^\kappa}{p_0^\kappa}. \quad (7)$$

Nach dem Schließen des Gefäßes erwärmt sich das Gas wieder auf die anfängliche Umgebungstemperatur, wobei der Gasdruck wieder ansteigt und sich der Druck $p_2 = p_0 + \Delta p_2$

⁷Der benötigte Zusammenhang zwischen p und T lässt sich aus (3) erhalten, wenn entsprechend der Zustandsgleichung $V = \text{const.} \cdot T/p$ gesetzt wird.

einstellt. Für diese isochore Zustandsänderung gilt

$$\frac{p_0}{T_1} = \frac{p_2}{T_0}. \quad (8)$$

Eliminiert man aus (7) und (8) das Verhältnis der beiden unbekanntem Temperaturen T_0/T_1 und stellt nach dem Adiabatenexponenten um, folgt⁸

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}. \quad (9)$$

Versuchsvorbereitung

- Zustandsgleichung und Zustandsänderungen idealer Gase
- 1. Hauptsatz der Wärmelehre
- Gleichverteilungssatz und Freiheitsgrade
- mechanische Schwingungen
- Leiten Sie (3), (6) und (9) her!
- Welchen Einfluss hat die Luftfeuchtigkeit auf den Adiabatenexponenten von Luft? Schätzen Sie den Einfluss für übliche Bedingungen ab!

Aufgaben

- Bestimmen Sie den Adiabatenexponenten von Luft und eines weiteren Gases mittels Gasoszillator nach Flammersfeld.
Führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.
- Bestimmen Sie den Adiabatenexponenten von Luft mit der Methode nach Clément-Desormes!
Führen Sie eine statistische Fehlerberechnung durch!

⁸Benutzt wurde $\ln(a \cdot b^c) = \ln a + c \cdot \ln b$ sowie die Näherung $\ln(1+a) = a$ für kleine a . Diese Näherung ist gerechtfertigt, da die Überdrücke Δp_1 und Δp_2 sehr viel kleiner als der Umgebungsdruck p_0 sind.