

W4 Strahlungsgesetze

Grundlagen

Jeder Körper strahlt entsprechend seiner Temperatur T elektromagnetische Wellen über einen breiten Wellenlängenbereich λ ab. Die spektrale Strahlungsflußdichte des schwarzen Körpers¹ lässt sich mittels des Planckschen Strahlungsgesetzes bestimmen.

$$\frac{dM_{es}}{d\lambda} = M_{es,\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (1)$$

mit der Boltzmannkonstanten k und der Lichtgeschwindigkeit c . Zur Herleitung des Strahlungsgesetzes wurde von Planck eine neue Naturkonstante, das später nach ihm benannte Plancksche Wirkungsquantum h , eingeführt.

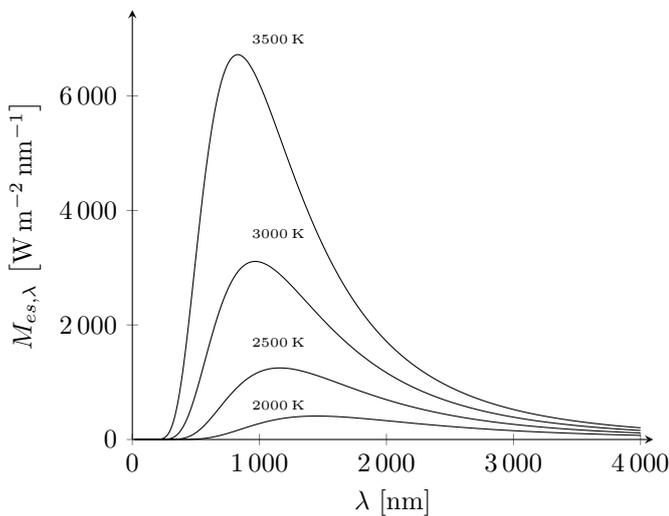


Abbildung 1: spektrale Strahlungsflußdichte des schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen

Das Maximum der spektralen Strahlungsflußdichte findet man näherungsweise² bei

$$\lambda_{max} \cong \frac{hc}{5k} \cdot \frac{1}{T} = 2878 \mu\text{m} \cdot \frac{1}{T/K}. \quad (2)$$

Dies ist das Wiensche Verschiebungsgesetz. Der Wert der zugehörigen spektralen Strahlungsflußdichte ist indirekt proportional zu λ_{max}^5 bzw. proportional zu T^5 .

¹In der hier verwendeten Form gibt es die Strahlungsenergie je Zeit, das heißt die Strahlungsleistung an, die ein Oberflächenelement des schwarzen Körpers im Wellenlängenbereich in den Halbraum abgibt ($W/m^2/m$). Der Index s weist auf den schwarzen Strahler hin, der Index e auf die Betrachtung von energetischen (radiometrischen), im Gegensatz zu visuellen Größen.

²Da $e^{hc/\lambda kT} \gg 1$, kann für die analytische Berechnung die 1 vernachlässigt werden. Die genaue Rechnung liefert für den numerischen Wert in (2) 2898 μm

Die gesamte Strahlungsflußdichte (Stefan-Boltzmann-Gesetz) beträgt

$$M_{es} = \int_0^\infty M_{es,\lambda} d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma T^4, \quad (3)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Die spektrale Strahlungsflußdichte grauer Körper kann mittels deren Emissionskoeffizienten ε beschrieben werden.³

$$M_e = \varepsilon \cdot M_{es} \quad (4)$$

Ist der Strahler im Strahlungsaustausch mit einem schwarzen Körper der Temperatur T_u oder in großer Entfernung vollständig von grauen Körpern der Temperatur T_u umgeben, stellt sich ein Strahlungsgleichgewicht zwischen Emission $\varepsilon\sigma T^4$ und Absorption $\alpha\sigma T_u^4$ ein⁴.

$$M_e = \varepsilon\sigma (T^4 - T_u^4). \quad (5)$$

Zum experimentellen Nachweis des Planckschen Strahlungsgesetzes im sichtbaren und nahen Infrarotbereich wird die von einer Glühwendel einer Glühlampe ausgestrahlte Strahlung⁵ mittels eines Prismas in ein wellenlängenabhängiges Spektrum zerlegt. Der Ablenkwinkel $\vartheta(n(\lambda))$ ist wegen der Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl n des Prismas eine Funktion der Wellenlänge. Durch einen Spalt gelangt die Strahlung in einem konstanten Winkelbereich $\Delta\vartheta$ auf eine Thermosäule.⁶ Die an ihr gemessene Spannung ist proportional zur Bestrahlungsstärke $E_{es,\vartheta} \cdot \Delta\vartheta$. Da Winkelintervall $\Delta\vartheta$ und Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$ nicht proportional zueinander sind, muss, um mit $dM_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda$ aus (1) vergleichen zu können, die Winkeldispersion $d\lambda/d\vartheta$ des Prismas berücksichtigt werden.

$$M_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda \propto E_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda \propto E_{es,\vartheta} \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{d\lambda}{d\vartheta} \quad (6)$$

³Für den schwarzen Körper ist ε konstant 1, bei grauen Körpern konstant < 1 . Da im Allgemeinen $\varepsilon = \varepsilon(\lambda, T)$ von der Wellenlänge und der Temperatur abhängig sein kann und bei der Integration (3) eine Rolle spielt, gilt das Stefan Boltzmann-Gesetz streng nur für schwarze oder graue Körper.

⁴Da Emissions- und Absorptionsvermögen aus energetischen Gründen gleich sein müssen, kann der Absorptionskoeffizient α , gleich dem Emissionskoeffizienten gesetzt werden.

⁵Das Spektrum des Glühlichtes stimmt sehr gut mit dem des schwarzen Körpers überein.

⁶In dieser erhitzt sich auf Grund der Bestrahlung eine hochempfindliche Thermoelementkette, deren Referenztemperatur durch das massive Gehäuse konstant bei Raumtemperatur gehalten wird.

Versuchsvorbereitung

- Kirchhoffsches Strahlungsgesetz, Wiensches Strahlungsgesetz
- Leiten Sie das genäherte Wiensche Verschiebungsgesetz (2) her!
Zeigen Sie dass die spektrale Strahlungsflussdichte im Maximum proportional zu T^5 ist!
- Berechnen Sie das Integral (3) sowie den numerischen Wert für σ !
- Berechnen Sie den Anteil sichtbaren Lichts (400 nm bis 800 nm) in Abhängigkeit der Strahlertemperatur T . Stellen Sie diesen im Bereich von 3000 K bis 6000 K grafisch dar. Im sichtbaren Bereich kann das Plancksche Strahlungsgesetz in guter Näherung als linear verlaufend angenommen werden.
- Zeichnen Sie das Wiensche Verschiebungsgesetz für Temperaturen bis 10 000 K in doppellogarithmischer Darstellung.
Unterteilen Sie die verschiedenen Wellenlängenbereiche nach ihren Namen.
- Strahlengang am Prisma, Dispersion, Brechung
- Wirkungsweise von Thermoelementen
- Die Halbwertszeit der verwendeten Thermosäule beträgt 3,5 s. Wie lange muss sie beleuchtet werden, damit, verursacht durch eine Unsicherheit der Beleuchtungszeit von ± 1 s, der relative Fehler der Thermospannung zu diesem Zeitpunkt ± 1 % nicht überschreitet?
Wie lange dauert es, bis 99 % des Endwertes erreicht sind?

Aufgaben

- Untersucht wird das Licht einer Glühlampe bei ihrer Solleistung P_1 und bei der halben Leistung $P_2 = P_1/2$. Im Spektrum wird dazu die Bestrahlungsstärke $E_{es,\vartheta} \Delta\vartheta$ mittels einer Thermosäule winkelabhängig gemessen.
Berechnen Sie mittels tabellierter Winkeldispersion (6) proportionale Werte für $dM_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda$ und stellen diese grafisch dar.
Zeichnen Sie zum Vergleich den (normierten) theoretischen Verlauf der spektralen Strahlungsflussdichte gemäß dem Planckschen Strahlungsgesetz (1)!
- Bestimmen Sie aus der Lage der Maxima die Glühfadentemperaturen T .
Bestätigen Sie mit Ihren Messwerten die T^5 Abhängigkeit der zugehörigen spektralen Strahlungsflussdichten.
- Ermitteln Sie grafisch das Verhältnis der Strahlungsflussdichten bei den beiden Leistungen P_1 und P_2 .
Vergleichen Sie mit dem Verhältnis der Lampenleistungen und dem Verhältnis der Strahlungsflussdichten gemäß dem Stefan-Boltzmann-Gesetz (3) bei den

entsprechenden Glühfadentemperaturen! (Bei den vergleichsweise hohen Glühfadentemperaturen, spielt die Temperatur der Umgebung praktisch keine Rolle.)

- Ermitteln Sie jeweils grafisch den Anteil sichtbaren Lichts an der Gesamtstrahlung und vergleichen mit den aus den Glühfadentemperaturen zu berechnenden Werten.