

# W4 Strahlungsgesetze

## Grundlagen

Jeder Körper strahlt entsprechend seiner Temperatur  $T$  elektromagnetische Wellen über einen breiten Wellenlängenbereich  $\lambda$  ab. Die spektrale Strahlungsflußdichte des schwarzen Körpers<sup>1</sup> lässt sich mittels des Planckschen Strahlungsgesetzes bestimmen.

$$\frac{dM_{es}}{d\lambda} = M_{es,\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (1)$$

mit der Boltzmannkonstanten  $k$  und der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Zur Herleitung des Strahlungsgesetzes wurde von Planck eine neue Naturkonstante, das später nach ihm benannte Plancksche Wirkungsquantum  $h$ , eingeführt.

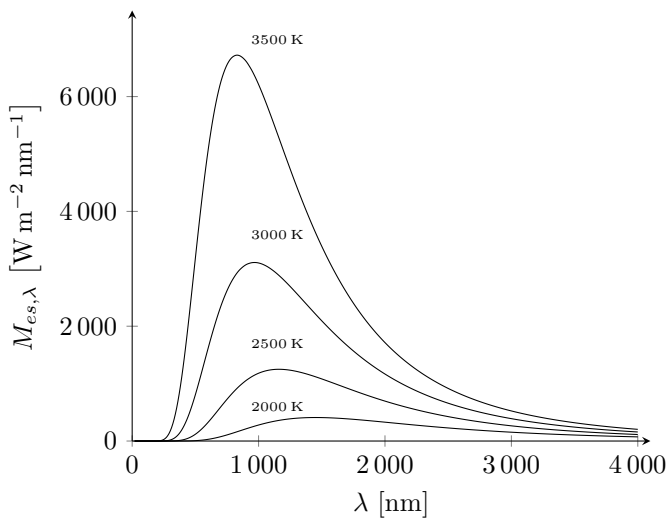


Abbildung 1: spektrale Strahlungsflußdichte des schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen

Das Maximum der spektralen Strahlungsflußdichte findet man näherungsweise<sup>2</sup> bei

$$\lambda_{max} \cong \frac{hc}{5k} \cdot \frac{1}{T} = 2878 \mu\text{m} \cdot \frac{1}{T/K}. \quad (2)$$

Dies ist das Wiensche Verschiebungsgesetz. Der Wert der zugehörigen spektralen Strahlungsflußdichte ist indirekt proportional zu  $\lambda_{max}^5$  bzw. proportional zu  $T^5$ .

<sup>1</sup>In der hier verwendeten Form gibt es die Strahlungsenergie je Zeit, das heißt die Strahlungsleistung an, die ein Oberflächenelement des schwarzen Körpers im Wellenlängenbereich in den Halbraum abgibt ( $W/m^2/m$ ). Der Index  $s$  weist auf den schwarzen Strahler hin, der Index  $e$  auf die Betrachtung von energetischen (radiometrischen), im Gegensatz zu visuellen Größen.

<sup>2</sup>Da  $e^{hc/\lambda kT} \gg 1$ , kann für die analytische Berechnung die 1 vernachlässigt werden. Die genaue Rechnung liefert für den numerischen Wert in (2) 2898  $\mu\text{m}$

Die gesamte Strahlungsflußdichte (Stefan-Boltzmann-Gesetz) beträgt

$$M_{es} = \int_0^\infty M_{es,\lambda} d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma T^4, \quad (3)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .

Die spektrale Strahlungsflußdichte grauer Körper kann mittels deren Emissionskoeffizienten  $\varepsilon$  beschrieben werden.<sup>3</sup>

$$M_e = \varepsilon \cdot M_{es} \quad (4)$$

Ist der Strahler im Strahlungsaustausch mit einem schwarzen Körper der Temperatur  $T_u$  oder in großer Entfernung vollständig von grauen Körpern der Temperatur  $T_u$  umgeben, stellt sich ein Strahlungsgleichgewicht zwischen Emission  $\varepsilon\sigma T^4$  und Absorption  $\alpha\sigma T_u^4$  ein<sup>4</sup>.

$$M_e = \varepsilon\sigma (T^4 - T_u^4). \quad (5)$$

Zum experimentellen Nachweis des Planckschen Strahlungsgesetzes im sichtbaren und nahen Infrarotbereich wird die von einer Glühwendel einer Glühlampe ausgestrahlte Strahlung<sup>5</sup> mittels eines Prismas in ein wellenlängenabhängiges Spektrum zerlegt. Der Ablenkwinkel  $\vartheta(n(\lambda))$  ist wegen der Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl  $n$  des Prismas eine Funktion der Wellenlänge. Durch einen Spalt gelangt die Strahlung in einem konstanten Winkelbereich  $\Delta\vartheta$  auf eine Thermosäule.<sup>6</sup> Die an ihr gemessene Spannung ist proportional zur Bestrahlungsstärke  $E_{es,\vartheta} \cdot \Delta\vartheta$ . Da Winkelintervall  $\Delta\vartheta$  und Wellenlängenintervall  $\Delta\lambda$  nicht proportional zueinander sind, muss, um mit  $dM_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda$  aus (1) vergleichen zu können, die Winkeldispersion  $d\lambda/d\vartheta$  des Prismas berücksichtigt werden.

$$M_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda \propto E_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda \propto E_{es,\vartheta} \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{d\lambda}{d\vartheta} \quad (6)$$

<sup>3</sup>Für den schwarzen Körper ist  $\varepsilon$  konstant 1, bei grauen Körpern konstant  $< 1$ . Da im Allgemeinen  $\varepsilon = \varepsilon(\lambda, T)$  von der Wellenlänge und der Temperatur abhängig sein kann und bei der Integration (3) eine Rolle spielt, gilt das Stefan Boltzmann-Gesetz streng nur für schwarze oder graue Körper.

<sup>4</sup>Da Emissions- und Absorptionsvermögen aus energetischen Gründen gleich sein müssen, kann der Absorptionskoeffizient  $\alpha$ , gleich dem Emissionskoeffizienten gesetzt werden.

<sup>5</sup>Das Spektrum des Glühlichtes stimmt sehr gut mit dem des schwarzen Körpers überein.

<sup>6</sup>In dieser erhitzt sich auf Grund der Bestrahlung eine hochempfindliche Thermoelementkette, deren Referenztemperatur durch das massive Gehäuse konstant bei Raumtemperatur gehalten wird.

## Versuchsvorbereitung

- Kirchhoffsches Strahlungsgesetz, Wiensches Strahlungsgesetz
- Leiten Sie das genäherte Wiensche Verschiebungsgesetz (2) her!  
Zeigen Sie dass die spektrale Strahlungsflussdichte im Maximum proportional zu  $T^5$  ist!
- Berechnen Sie das Integral (3) sowie den numerischen Wert für  $\sigma$ !
- Berechnen Sie den Anteil sichtbaren Lichts (400 nm bis 800 nm) in Abhängigkeit der Strahlertemperatur  $T$ . Stellen Sie diesen im Bereich von 3000 K bis 6000 K grafisch dar. Im sichtbaren Bereich kann das Plancksche Strahlungsgesetz in guter Näherung als linear verlaufend angenommen werden.
- Zeichnen Sie das Wiensche Verschiebungsgesetz für Temperaturen bis 10 000 K in doppellogarithmischer Darstellung.  
Unterteilen Sie die verschiedenen Wellenlängenbereiche nach ihren Namen.
- Strahlengang am Prisma, Dispersion, Brechung
- Wirkungsweise von Thermoelementen
- Die Halbwertszeit der verwendeten Thermosäule beträgt 3,5 s. Wie lange muss sie beleuchtet werden, damit, verursacht durch eine Unsicherheit der Beleuchtungszeit von  $\pm 1$  s, der relative Fehler der Thermospannung zu diesem Zeitpunkt  $\pm 1$  % nicht überschreitet?  
Wie lange dauert es, bis 99 % des Endwertes erreicht sind?

## Aufgaben

- Untersucht wird das Licht einer Glühlampe bei ihrer Solleistung  $P_1$  und bei der halben Leistung  $P_2 = P_1/2$ . Im Spektrum wird dazu die Bestrahlungsstärke  $E_{es,\vartheta} \Delta\vartheta$  mittels einer Thermosäule winkelabhängig gemessen.  
Berechnen Sie mittels tabellierter Winkeldispersion (6) proportionale Werte für  $dM_{es,\lambda} \cdot \Delta\lambda$  und stellen diese grafisch dar.  
Zeichnen Sie zum Vergleich den (normierten) theoretischen Verlauf der spektralen Strahlungsflussdichte gemäß dem Planckschen Strahlungsgesetz (1)!
- Bestimmen Sie aus der Lage der Maxima die Glühfadentemperaturen  $T$ .  
Bestätigen Sie mit Ihren Messwerten die  $T^5$  Abhängigkeit der zugehörigen spektralen Strahlungsflussdichten.
- Ermitteln Sie grafisch das Verhältnis der Strahlungsflussdichten bei den beiden Leistungen  $P_1$  und  $P_2$ .  
Vergleichen Sie mit dem Verhältnis der Lampenleistungen und dem Verhältnis der Strahlungsflussdichten gemäß dem Stefan-Boltzmann-Gesetz (3) bei den

entsprechenden Glühfadentemperaturen! (Bei den vergleichsweise hohen Glühfadentemperaturen, spielt die Temperatur der Umgebung praktisch keine Rolle.)

- Ermitteln Sie jeweils grafisch den Anteil sichtbaren Lichts an der Gesamtstrahlung und vergleichen mit den aus den Glühfadentemperaturen zu berechnenden Werten.