

O6 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Grundlagen

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat als Naturkonstante universelle Bedeutung. Sie ist per Definition auf den Wert von $c_0 = 299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$ festgelegt worden. Eine direkt aus ihr abgeleitete Größe ist das Meter, welches als die Strecke, die ein Lichtstrahl in $299\,792\,458^{-1}\text{ s} \approx 3,34\text{ ns}$ im Vakuum zurücklegt, festgelegt ist.

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist von der Wellenlänge und der Frequenz unabhängig und somit für alle elektromagnetischen Wellen gleich. In Materie ist die Lichtgeschwindigkeit geringer als im Vakuum. Das Verhältnis der Vakuumlichtgeschwindigkeit zur Geschwindigkeit c des Lichtes in einem Medium bestimmt dessen Brechzahl.

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1)$$

Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit darüber hinaus von der Frequenz der Lichtwelle abhängt (Dispersion), stellt die Brechzahl für einen Stoff keine Konstante dar, sondern ist ebenfalls frequenzabhängig¹.

Die Gruppengeschwindigkeit kann prinzipiell aus der Laufzeit eines Lichtsignals bestimmt werden. Jedoch sind die dabei zu messenden Zeiten bei Lichtweglängen im Bereich einiger Meter äußerst kurz.

Bei dem hier zur Anwendung kommenden Verfahren kann die Phasengeschwindigkeit des Lichtes auf Wegstrecken im Zentimeterbereich hinreichend genau bestimmt werden.

Dazu wird ein kontinuierlicher Lichtstrahl der Grundintensität I_0 mit der Frequenz² ω_0 in seiner Intensität periodisch mit I_M moduliert. Die Intensität der Lichtwelle in Abhängigkeit vom Abstand zur Lichtquelle x und in Abhängigkeit von der Zeit t kann dann mit

$$I(x, t) = I_0 + I_M \cos(\omega_0 t - kx) \quad (2)$$

beschrieben werden³. An einem sich an der Stelle x_0 befindlichen Lichtsensor stellt sich eine nur von der Zeit abhängige Intensität ein, die in eine ihr proportionale elektrische Spannung gewandelt wird. Interessant ist nur der Wechselspannungsanteil⁴. Dieser wird elektronisch mit einer Wechselspannung der Frequenz $\omega = \omega_0 - \Delta\omega$ mit $\Delta\omega \ll \omega_0$ multipliziert. Die entstehende Wechselspannung

$$U \propto \cos(\omega t) \cos(\omega_0 t - \omega_0 \frac{x_0}{c}) \quad (3)$$

enthält einen Frequenzanteil mit der Summenfrequenz $\omega_0 + \omega \approx 2\omega_0$, welcher mittels eines Tiefpassfilters entfernt wird. Der verbleibende Anteil mit der sehr viel kleineren Differenzfrequenz $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$

$$U \propto \cos(\Delta\omega t - \omega_0 \frac{x_0}{c}) \quad (4)$$

wird auf einem Oszilloskop sichtbar gemacht.

Eine Änderung der Position des Empfängers um die Strecke Δx führt zu einer Verschiebung der dargestellten Kurve um die Zeit $\Delta t'$. Für einen bestimmten Phasenzustand⁵ der dargestellten Kurve gilt

$$\Delta\omega \Delta t' = \omega_0 \frac{\Delta x}{c}. \quad (5)$$

Für die tatsächliche Laufzeitänderung Δt des Lichtsignals lässt sich daraus

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \Delta t' \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (6)$$

ablesen. Die am Oszilloskop ablesbare Zeitdifferenz ist also um den frei wählbaren Faktor $\omega_0/\Delta\omega$ größer als die wirkliche Laufzeitänderung des Signals und somit mit hinreichender Genauigkeit messbar.

Versuchsvorbereitung

- mathematische Beschreibung von Schwingungen und Wellen
- Was versteht man unter Dispersion?
- Phasen- und Gruppengeschwindigkeit von Wellen
- Zeigen Sie, dass Gleichung (4) aus (3) folgt!

Warum ist die Multiplikation mit einer Wechselspannung mit geringfügig verschiedener Frequenz sinnvoll?

- Ein Fahrzeug fährt mit der konstanten Geschwindigkeit c_0 eine bestimmte Strecke l_0 . Dafür benötigt es die Zeit t_0 . Durch eine Baustelle der Länge l , an der das Fahrzeug mit der verminderten Geschwindigkeit c vorbeifahren muss, verlängert sich die Fahrzeit um Δt .

Wie kann aus diesen Angaben die Geschwindigkeit c im Baustellenbereich ermittelt werden?

¹Üblicherweise wird nicht die Frequenz, sondern die Wellenlängenabhängigkeit betrachtet. Benutzt wird dabei die sich aus $\lambda = c_0/f$ ergebende Wellenlänge im Vakuum und nicht die tatsächliche Wellenlänge im betreffenden Medium.

²Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$

³ $k = 2\pi/\lambda = \omega_0/c$ ist die Wellenzahl der als Welle betrachteten orts- und zeitabhängigen Helligkeitsmodulation.

⁴Der Gleichanteil wird durch Wechselspannungskopplung durch einen Hochpass unterdrückt.

⁵z.B. Nulldurchgang der Kurve

Aufgaben

- Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Luft.

Dazu wird die modulierte Lichtquelle in verschiedene Abstände vom Lichtsensor gebracht und jeweils die sich nach der entsprechenden Verarbeitung am Oszilloskop einstellende Zeitverschiebung gemessen.

Stellen Sie Ihre Messwerte grafisch dar.

Aus dem Anstieg der Messkurve wird mittels (6) die Lichtgeschwindigkeit berechnet.

- Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Wasser und in einem weiteren Medium! Bringen Sie dazu das Medium in den konstant gehaltenen Lichtweg zwischen Sender und Empfänger. Messen Sie die Zeitdifferenz!
- Berechnen Sie die Brechungsindizes der Medien!
- Führen Sie eine Fehlerschätzung für die gemessene Lichtgeschwindigkeit in Luft durch.