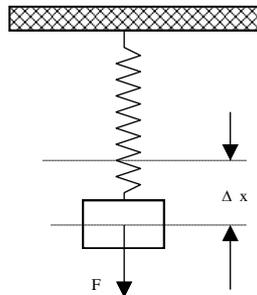


## M4 Federschwinger

### Physikalische Grundlagen

Die Anwendung einer äußeren Kraft  $F$  (z.B. die Gewichtskraft der Masse  $m$ ) auf eine Schraubenfeder der Länge  $x_0$  führt zu einer Längenänderung  $\Delta x$  der Feder auf die Länge  $x$ .



**Abb.1** Längenänderung einer Schraubenfeder

Innerhalb gewisser Grenzen ist die Längenänderung proportional zur Kraftwirkung  $F$ .

$$\Delta x = -\frac{1}{D}F \quad (1)$$

Mit  $D$  wurde die Federkonstante bezeichnet.

Dehnt man die Feder zusätzlich um  $x_m$  aus ihrer Ruhelage, welche sich z.B. durch die Gewichtskraft eingestellt hat und überlässt sie sich anschließend selbst, führt die Masse freie harmonische Schwingungen aus. Mit dem Newtonschen Grundgesetz der Mechanik

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (2)$$

erhält man zusammen mit (1) die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung

$$m\ddot{x} + Dx = 0 \quad (3)$$

welche die Lösung

$$x = x_m \cos\left(\sqrt{D/m} t\right) \quad (4)$$

hat. Der vor der Zeit  $t$  stehende Wurzelausdruck stellt den  $2\pi$ -fachen Wert des Kehrwertes der Schwingungsdauer  $T$  der Masse dar.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (5)$$

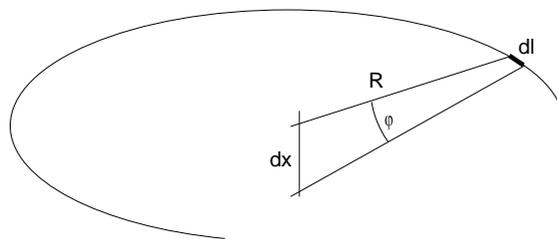
Da die Dehnung einer Schraubenfeder letztlich aus der Verdrillung der Windungen der Feder resultiert, kann die Federkonstante in Beziehung zum Torsionsmodul  $G$  des Federdrahtes gebracht werden.

Wirkt auf einen Zylinder der Länge  $l$  am Radius  $r$  ein Drehmoment  $M$ , wird dieser um den Winkel

$$\varphi = \frac{2l}{\pi G r^4} M \quad (6)$$

verdrillt.

Bei einer Schraubenfeder wird jedes Längenelement  $dl$  des Federdrahtes der Feder mit dem Radius  $R$  um den Winkel  $d\varphi$  verdrillt und trägt somit mit  $dx = R d\varphi$  zur Längenänderung der gesamten Feder bei.



**Abb.2** Windung einer gedehnten Schraubenfeder

Beachtet man, dass das an der Windung angreifende Drehmoment  $M = R \cdot F$  beträgt und das die Gesamtlänge des Federdrahtes einer aus  $N$  Windungen bestehenden Feder  $N \cdot 2\pi R$  ist, folgt für die Längenänderung der Feder

$$\Delta x = \frac{4NR^3}{Gr^4} F \quad (7)$$

Der Proportionalitätsfaktor stellt den Kehrwert der Federkonstante dar, so dass aus ihr der Torsionsmodul des Materials der Feder bestimmt werden kann.

## Versuchsvorbereitung

- Erklären Sie die Begriffe Spannung, Dehnung, Eigenschwingung, Schwingungsdauer
- Geben Sie die Gültigkeitsbedingungen für das Hookesche Gesetz an. Skizzieren Sie ein Dehnungs-Kraft-Diagramm.
- Leiten Sie aus dem Hookeschen Gesetz die Gleichung für die Federspannarbeit her. Wie groß ist die Federkonstante eines Drahtes bezüglich einer Streckung?
- Berechnen Sie ausgehend vom Orts- Zeit- Gesetz einer harmonischen Schwingung (4) das Geschwindigkeits- Zeit- und das Beschleunigungs- Zeit- Gesetz.

## Aufgaben

- Messen Sie für eine einzelne Feder, sowie für eine Reihen- bzw. Parallelschaltung aus zwei gleichen dieser Federn die Längenänderung und die Schwingungsdauer bei verschiedenen Belastungen.
- Ermitteln Sie aus den grafischen Darstellungen der Längenänderungen und der Quadrate der Schwingungsdauern in Abhängigkeit der angehängten Massen die Federkonstanten.
- Berechnen Sie das Verhältnis der erhaltenen Federkonstanten.
- Führen Sie eine Fehlerschätzung für die Federkonstante der Einzelfeder für eine Last durch.
- Bestimmen Sie den Torsionsmodul des Drahtes der verwendeten Federn!
- Bestimmen Sie ausgehend vom ermittelten Fehler der Federkonstanten den Fehler des Torsionsmoduls durch Fehlerschätzung.