

E6 Magnetisches Dipolmoment und Magnetisierung

Grundlagen

Auf die sich in einem stromdurchflossenen Leiter mit der mittleren Driftgeschwindigkeit \vec{v} bewegenden Ladungsträger q wirkt in einem Magnetfeld \vec{B} die Lorentzkraft

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (1)$$

Die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger ist proportional zum fließenden Strom

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{dq d\vec{r}}{dt d\vec{r}} = \vec{v} \frac{dq}{d\vec{r}}, \quad (2)$$

so dass die Kraft je Weegelement $d\vec{r}$ entlang des Leiters

$$d\vec{F} = I(d\vec{r} \times \vec{B}) \quad (3)$$

beträgt. Die Gesamtkraft folgt nach Integration entlang des gesamten Leiters. Ist dieser zu einer Leiterschleife geformt, verschwindet im homogenen Magnetfeld die Gesamtkraft wegen $\oint d\vec{r} = 0$.

Jedoch wirkt auf eine Leiterschleife das Drehmoment

$$\begin{aligned} \vec{M} &= I \oint \vec{r} \times (d\vec{r} \times \vec{B}) \\ &= I \oint \left((\vec{r} \cdot \vec{B}) d\vec{r} - (\vec{r} \cdot d\vec{r}) \vec{B} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Wegen $\vec{r} \perp d\vec{r}$ (Abb. 1) entfällt der zweite Summand. Die Integration des verbleibenden Summanden liefert

$$\vec{M} = \vec{e}_y I A B = I \vec{A} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (5)$$

mit dem Flächenvektor \vec{A} und dem Dipolmoment $\vec{m} = I \vec{A}$.

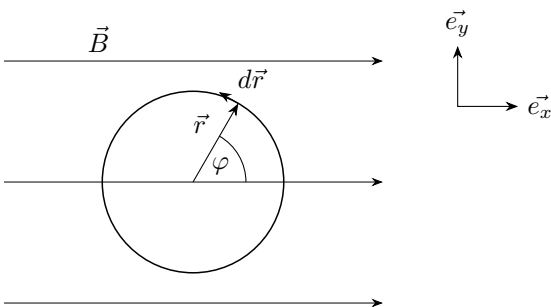


Abbildung 1: Leiterschleife im Magnetfeld

Das magnetische Dipolmoment einer Zylinderspule ergibt sich einfach aus der Summe der Dipolmomente der N einzelnen Leiterschleifen zu $m = NIA$. Ersetzt man den Strom durch das von ihm erzeugte Magnetfeld der Spule der Länge l , $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$, beträgt

$$m = \frac{B}{\mu_0} V \quad (6)$$

mit $V = Al$ dem Volumen der Spule.

Dieses Ergebnis lässt sich auch auf magnetisierte Körper (Stabmagnete) übertragen. Das Magnetfeld im Innern des Magneten ist ausschließlich durch seine Magnetisierung M bestimmt $B = \mu_0 M$, so dass das auf das Volumen bezogene Dipolmoment gerade die Magnetisierung ist.

$$\frac{m}{V} = M \quad (7)$$

Alternativ kann man den Magneten als Dipol, gebildet aus sich an den Enden des Magneten befindlichen fiktiven magnetischen Ladungen¹ ϕ , auffassen. Analog zur Kraftwirkung auf elektrische Ladungen im elektrischen Feld, wirkt eine magnetische Kraft $\vec{F} = \phi \vec{B}$ und auf zwei entgegengesetzte Ladungen im Abstand l das Drehmoment $\vec{M} = \phi \vec{l} \times \vec{B}$. Das Dipolmoment ist $\vec{m} = \phi \vec{l}$.

Unter Anwendung des Gaußschen Satzes² lässt sich die magnetische Ladung mit

$$B \cdot 4\pi r^2 = \mu_0 \phi \quad (8)$$

auch aus der Messung des Magnetfeldes im Abstand r von seinen Polen bestimmen.³

Alle Materialien verhalten sich in Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes grundsätzlich diamagnetisch. Im Material werden magnetische Dipole induziert die dem äußeren Magnetfeld entgegenwirken und so das innere Magnetfeld schwächen. Oft wird dieses Verhalten überlagert vom paramagnetischen Verhalten, wo bereits im Material vorhandene magnetische Dipole im äußeren Magnetfeld ausgerichtet werden und so das Magnetfeld verstärken.

Unterhalb der Curietemperatur können sich die magnetischen Dipole über makroskopisch große Raumbereiche, die Weißschen Bezirke, spontan ordnen, das Material ist ferromagnetisch. Ohne äußeres Magnetfeld ist die Ausrichtung der Magnetisierung der einzelnen Weißschen Bezirke zunächst unkorreliert, so dass die Magnetisierung des gesamten Materials Null ist. Im äußeren Magnetfeld vergrößern sich die Weißschen Bezirke, deren Magnetisierung in Richtung des äußeren Feldes zeigt,⁴ so dass eine starke Magnetisierung auftritt. Diese bleibt bei hartmagnetischen Werkstoffen auch bei Wegnahme des äußeren Feldes teilweise erhalten, das Material ist permanent magnetisiert.

Zur mathematischen Beschreibung des Verhaltens der Stoffe im Magnetfeld wird die magnetische Suszeptibilität

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B_{ext}} \quad (9)$$

¹auch Polstärke genannt

²für eine magnetische Punktladung

³Der Abstand sollte so groß sein, dass man den Pol als Punktladung ansehen kann.

⁴Bei größeren Feldern kann zudem die Magnetisierungsrichtung in den verbliebenen Bezirken umklappen. Wenn praktisch nur noch ein ausgerichteter Weißscher Bezirk im gesamten Material vorhanden ist, ist eine weitere Erhöhung der Magnetisierung nicht möglich.

verwendet. Sie gibt das Verhältnis der Magnetisierung zum verursachenden externen Magnetfeld an. Das Magnetfeld im Innern des Materials ergibt sich aus der Summe von externem Feld und Magnetisierung.

$$B = B_{ext} + \mu_0 M = B_{ext}(1 + \chi) = \mu_r B_{ext} \quad (10)$$

$\mu_r = 1 + \chi$ ist die magnetische Permeabilität.⁵

Im Folgenden soll die Bestimmung der Magnetisierung eines Kerns in einer Torusspule mit dem Umfang u betrachtet werden. Zur Messung des im Kern herrschenden Magnetfeldes befindet sich in diesem ein schmaler Spalt der Dicke d . Nach dem Durchflutungsgesetz sind die in den N Windungen fließenden Ströme die Ursache für das ausschließlich innerhalb der Windungen existente Magnetfeld.⁶ Besteht im Kern eine Magnetisierung,⁷ trägt diese gemäß (10) zum Wert des Magnetfeldes bei. Das Durchflutungsgesetz lautet

$$\oint_u B dr = \mu_0 N I + \int_{u-d} \mu_0 M dr. \quad (11)$$

Bezeichnet man mit $B_0 = \mu_0 N I / u$ das Magnetfeld, welches sich ohne Kern einstellen würde, liefert die Auswertung

$$B = B_0 + \mu_0 M \left(1 - \frac{d}{u}\right). \quad (12)$$

B_0 ist offensichtlich nicht das in (10) bzw. in (9) mit B_{ext} bezeichnete Feld. Durch Vergleich mit (10) erhält man

$$B_{ext} = B_0 - \frac{d}{u} \cdot \mu_0 M. \quad (13)$$

$\frac{d}{u}$ ist der so genannte Entmagnetisierungsfaktor.⁸

Versuchsvorbereitung

- Wie groß ist die mittlere Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem Kupferdraht mit einem Querschnitt von 2 mm^2 , der von einem Strom der Stärke 1 A durchflossen wird? Nehmen Sie an, dass je Kupferatom genau ein Leitungselektron zur Verfügung steht.
- Zeigen Sie, dass die Beziehung (5) aus (4) für die dort beschriebenen Geometrie (Abb. 1) folgt! Nehmen Sie die Integration des ersten Terms in Parameterdarstellung vor!
- Erstellen Sie eine Übersicht der Maßeinheiten aller hier benutzten Größen.
- Magnetfeldlinienverlauf eines Stabmagneten

⁵Sie beschreibt anschaulich das Eindringverhalten des Magnetfeldes.

⁶Wegen der Quellfreiheit des Magnetfeldes ist B im Kern und im Spalt identisch

⁷Es ist egal, ob diese permanent existent ist oder erst in der stromdurchflossenen Spule entsteht.

⁸Die Wirkung der Entmagnetisierung lässt sich an einem anderen Beispiel deutlich machen. Befindet sich eine kugelförmige magnetisierbare Kugel im in großer Entfernung von ihr wirkenden homogenen Feld B_0 , wird das Feld in unmittelbarer Nähe der Kugel zum Wert B_{ext} verändert. Dieses, und nicht B_0 ist nun das die Magnetisierung hervorrufoende Feld B_{ext} . Für Kugeln beträgt der Entmagnetisierungsfaktor $1/3$.

- Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Magnetfeldlinien um eine dia- bzw. paramagnetische Kugel im in großer Entfernung homogenen Magnetfeld B_0 .
- Berechnen Sie mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes das Magnetfeld eines geraden Drahtes und das Magnetfeld in einer stromdurchflossenen Zylinder- bzw. Torusspule.

Aufgaben

- Erzeugen Sie mit Hilfe einer Helmholtzspulenordnung ein Magnetfeld geeigneter Stärke. Messen Sie das auf verschiedene stromdurchflossene Leiterschleifen wirkende Drehmoment.
- Berechnen Sie daraus die entsprechenden magnetischen Momente. Vergleichen Sie mit den zu erwartenden magnetischen Momenten.
- Messen Sie das Drehmoment, welches ein Stabmagnet im Magnetfeld der Helmholtzspulen erfährt.
- Berechnen Sie sein magnetisches Moment m , seine Magnetisierung M sowie $\mu_0 M$.
- Messen Sie das Magnetfeld B in Abhängigkeit vom Abstand von den Polen des Magneten und berechnen Sie seine Polstärke ϕ . Berechnen Sie aus der Polstärke das magnetische Moment und die Magnetisierung des Magneten.
- Messen Sie das Restmagnetfeld im Spalt des Kerns einer Torusspule. Berechnen sie die Restmagnetisierung.
- Nehmen Sie die Neukurve der Magnetisierung für den Kern der Torusspule auf. Zeichnen Sie $\mu_0 M$ in Abhängigkeit von B_{ext} .
- Berechnen Sie die Suszeptibilität und stellen diese ebenfalls in Abhängigkeit von B_{ext} dar.