

E5P Magnetfeld einer Helmholtzspule und Induktionsgesetz

Grundlagen

Magnetfelder, die von lokalisierten Strömen hervorgerufen werden, können mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes berechnet werden. Dieses soll benutzt werden, um das Magnetfeld auf der Symmetrieachse einer kreisförmigen Leiterschleife zu berechnen¹ (Abb. 1).

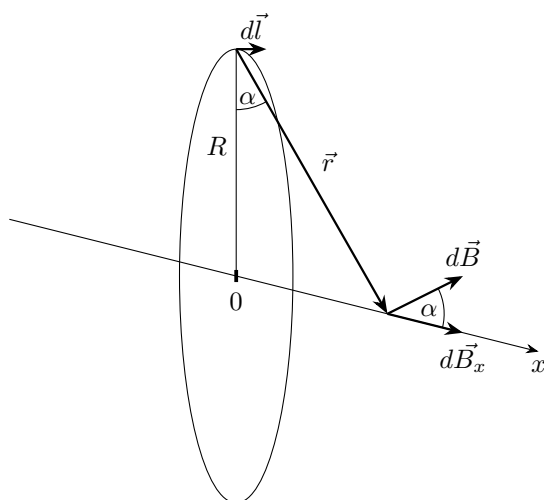


Abbildung 1: Magnetfeld einer stromdurchflossenen Leiterschleife

Jedes vom Strom I durchflossene Wegelements $d\vec{l}$ trägt zum gesamten Magnetfeld am Ort \vec{r} mit

$$d\vec{B} = \mu_0 I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (1)$$

bei. Diese, senkrecht zu $d\vec{l}$ und \vec{r} stehenden Anteile haben nicht in x -Richtung zeigende Komponenten. Aus Symmetriegründen müssen sich diese Komponenten jedoch aufheben und brauchen daher nicht weiter beachtet werden. Die in x -Richtung zeigende Komponente kann mit $dB_x = dB \cdot \cos \alpha$ berechnet werden, wobei für den von $d\vec{B}$ und \vec{x} eingeschlossenen Winkel $\cos \alpha = R/r$ gilt. Weiterhin stehen \vec{r} und $d\vec{l}$ senkrecht zueinander, so dass sich das Kreuzprodukt zur einfachen Multiplikation der Beträge vereinfacht. Da überdies r für ein gewähltes x konstant ist, muss lediglich dl entlang der Kreisschleife aufintegriert werden, was deren Umfang $2\pi R$ liefert. Im Ergebnis erhält man so²

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} R^2 \cdot (R^2 + x^2)^{-3/2}. \quad (2)$$

Eine Helmholtzspule erhält man, wenn zwei Leiterschleifen oder dünne Spulen mit je N Windungen im Abstand ihres Radius bei $\mp R/2$ gegenübergestellt werden. Das Magnetfeld ist dann die Summe der Felder (2) der beiden Spulen.³ Werden diese gleichsinnig vom gleichen Strom durchflossen, erhält man für das resultierende Magnetfeld bei $x = 0$

$$B_0 = (5/4)^{-3/2} \mu_0 \frac{N}{R} I. \quad (3)$$

Im Bereich um den Nullpunkt im Zentrum zwischen den Spulen ist das Magnetfeld in guter Näherung homogen.⁴ Werden die beiden Leiterschleifen gegensinnig vom Strom durchflossen ist das Magnetfeld im Zentrum natürlich Null, jedoch verläuft es im Bereich um das Zentrum nahezu linear.

Ein sich zeitlich ändernder magnetische Fluss⁵

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{A} \quad (4)$$

durch die Fläche \vec{A} einer Leiterschleife induziert in ihr eine elektrische Spannung, deren Größe mit dem Faradayschen Induktionsgesetz berechnet werden kann.

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5)$$

Bringt man eine Leiterschleife in ein Magnetfeld⁶ wird je nach dem zeitlichen Verlauf der Bewegung und der Ausrichtung der Leiterschleife eine zeitabhängige Spannung entstehen. Deren Integral, der sogenannte Spannungsstoß, ist nur von der Anfangs- und Endposition der Leiterschleife abhängig und gerade der Änderung des magnetischen Flusses zwischen den beiden Positionen.

$$\int U(t) dt = -\Delta\Phi \quad (6)$$

¹Für einfache Geometrien ist die Verwendung des Durchflutungsgesetzes oft einfacher.

²Auf den Index x wurde verzichtet, da es keine andere, als die x -Komponente gibt.

³Auf Grund des neu festgesetzten Nullpunktes muss x mit $x \pm R/2$ ersetzt werden.

⁴Die Steigung und die Krümmung von $B(x)$ müssen bei $x = 0$ verschwinden. Ersteres ist durch die Symmetrie unmittelbar erfüllt. Letzteres wird durch den gewählten Spulenabstand realisiert.

⁵In diesem Zusammenhang wird \vec{B} als magnetische Flussdichte bezeichnet. Dieser Begriff findet hier aber keine Verwendung.

⁶Beispielsweise in das Zentrum einer Helmholtzspule.

Versuchsvorbereitung

- Durchflutungsgesetz und Biot-Sarvat-Gesetz
- Berechnen Sie das Magnetfeld um einen langen geraden stromdurchflossenen Draht mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes und des Biot-Savart-Gesetzes!
- Berechnen und Zeichnen Sie B/B_0 im Bereich $0 \leq x \leq R/2$ für gleich- und gegensinnig stromdurchflossene Helmholtzspulen.
- Zeigen Sie, dass die erste (Steigung) und zweite Ableitung (Krümmung) von $B(x)$ für $x = 0$ für gleichsinnig stromdurchflossene Spulen verschwinden.
- Berechnen Sie den Anstieg von $B(x)/B_0$ für $x = 0$ für gegensinnig stromdurchflossene Spulen!
- Halleffekt
- Effektivwerte von Wechselspannungen und -strömen.
- Berechnen Sie mittels (5) den Effektivwert der in einer Probespule induzierten Wechselspannung für die mit Wechselstrom der Stärke I_{eff} betriebene Helmholtzspule.

Aufgaben

- Messen Sie das Magnetfeld im Zentrum einer Helmholtzspule in Abhängigkeit der Stromstärke! Stellen Sie die Abhängigkeit grafisch dar und vergleichen Sie mit den zu erwartenden Werten!
- Messen Sie bei fester Stromstärke den Verlauf des Magnetfeldes entlang der x -Achse. Stellen Sie die Abhängigkeit $B(x)/B_0$ grafisch dar und vergleichen Sie mit den berechneten Werten!
- Messen Sie den Verlauf des Magnetfeldes in radialer Richtung y . Stellen Sie die Abhängigkeit $B(y)/B_0$ grafisch dar.
- Bestimmen Sie den Gradienten dB/dx des Magnetfeldes im Zentrum der gegensinnig durchflossenen Helmholtzspule. Vergleichen Sie mit dem berechneten Wert.
- Bringen Sie eine Spule mit bekannter Fläche und Windungszahl in das Magnetfeld der Helmholtzspule. Beobachten Sie den zeitlichen Verlauf der induzierten Spannung bei verschiedenen Bewegungsabläufen mit einem Oszilloskop. Bestimmen Sie das zeitliche Integral und vergleichen Sie mit der direkten Messung des Spannungsstoßes sowie mit dem zu erwartenden Wert.
- Bestimmen Sie die Windungszahl einer weiteren Spule aus dem an ihr gemessenen Spannungsstoß.
- Betreiben Sie die Helmholtzspule mit Wechselstrom. Messen Sie die in einer Probespule induzierte Wechselspannung