

# E5P Magnetfeld einer Helmholtzspule und Induktionsgesetz

## Grundlagen

Magnetfelder, die von lokalisierten Strömen hervorgerufen werden, können mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes berechnet werden. Dieses soll benutzt werden, um das Magnetfeld auf der Symmetrieachse einer kreisförmigen Leiterschleife zu berechnen<sup>1</sup> (Abb. 1).

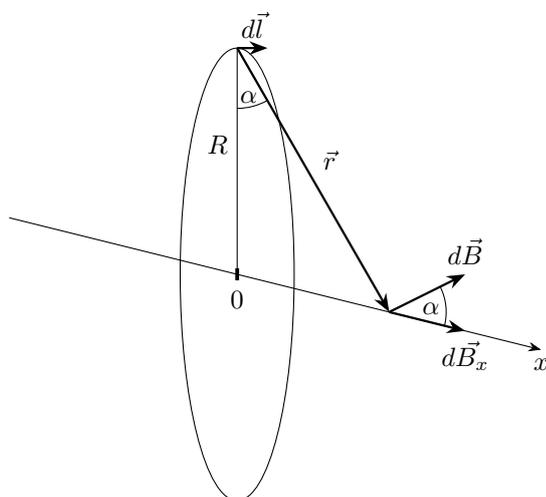


Abbildung 1: Magnetfeld einer stromdurchflossenen Leiterschleife

Jedes vom Strom  $I$  durchflossene Wegelements  $d\vec{l}$  trägt zum gesamten Magnetfeld am Ort  $\vec{r}$  mit

$$d\vec{B} = \mu_0 I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (1)$$

bei. Diese, senkrecht zu  $d\vec{l}$  und  $\vec{r}$  stehenden Anteile haben nicht in  $x$ -Richtung zeigende Komponenten. Aus Symmetriegründen müssen sich diese Komponenten jedoch aufheben und brauchen daher nicht weiter beachtet werden. Die in  $x$ -Richtung zeigende Komponente kann mit  $dB_x = dB \cdot \cos \alpha$  berechnet werden, wobei für den von  $d\vec{B}$  und  $\vec{x}$  eingeschlossenen Winkel  $\cos \alpha = R/r$  gilt. Weiterhin stehen  $\vec{r}$  und  $d\vec{l}$  senkrecht zueinander, so dass sich das Kreuzprodukt zur einfachen Multiplikation der Beträge vereinfacht. Da überdies  $r$  für ein gewähltes  $x$  konstant ist, muss lediglich  $dl$  entlang der Kreisschleife aufintegriert werden, was deren Umfang  $2\pi R$  liefert. Im Ergebnis erhält man so<sup>2</sup>

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} R^2 \cdot (R^2 + x^2)^{-3/2}. \quad (2)$$

Eine Helmholtzspule erhält man, wenn zwei Leiterschleifen oder dünne Spulen mit je  $N$  Windungen im Abstand ihres Radius bei  $\mp R/2$  gegenübergestellt werden. Das Magnetfeld ist dann die Summe der Felder (2) der beiden Spulen.<sup>3</sup>

Werden diese gleichsinnig vom gleichen Strom durchflossen, erhält man für das resultierende Magnetfeld im Zentrum

$$B_0 = (5/4)^{-3/2} \frac{N \cdot \mu_0 I}{R}. \quad (3)$$

Im Bereich um den Nullpunkt im Zentrum zwischen den Spulen ist das Magnetfeld in guter Näherung homogen.<sup>4</sup> Werden die beiden Leiterschleifen gegensinnig vom Strom durchflossen ist das Magnetfeld im Zentrum natürlich Null, jedoch verläuft es im Bereich um das Zentrum nahezu linear.

Ein sich zeitlich ändernder magnetische Fluss<sup>5</sup>

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{A} \quad (4)$$

durch die Fläche  $\vec{A}$  einer Leiterschleife induziert in ihr eine elektrische Spannung, deren Größe mit dem Faradayschen Induktionsgesetz berechnet werden kann.

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5)$$

Bringt man eine Leiterschleife in ein Magnetfeld<sup>6</sup> wird je nach dem zeitlichen Verlauf der Bewegung und der Ausrichtung der Leiterschleife eine zeitabhängige Spannung entstehen. Deren Integral, der sogenannte Spannungsstoß, ist nur von der Anfangs- und Endposition der Leiterschleife abhängig und gerade der Änderung des magnetischen Flusses zwischen den beiden Positionen.

$$\int U(t) dt = -\Delta\Phi \quad (6)$$

<sup>1</sup>Für einfache Geometrien ist die Verwendung des Durchflutungsgesetzes oft einfacher.

<sup>2</sup>Auf den Index  $x$  wurde verzichtet, da es keine andere, als die  $x$ -Komponente gibt.

<sup>3</sup>Auf Grund des neu festgesetzten Nullpunktes muss  $x$  mit  $x \pm R/2$  ersetzt werden.

<sup>4</sup>Die Steigung und die Krümmung von  $B(x)$  müssen bei  $x = 0$  verschwinden. Ersteres ist durch die Symmetrie unmittelbar erfüllt. Letzteres wird durch den gewählten Spulenabstand realisiert.

<sup>5</sup>In diesem Zusammenhang wird  $\vec{B}$  als magnetische Flussdichte bezeichnet. Dieser Begriff findet hier aber keine Verwendung.

<sup>6</sup>Beispielsweise in das Zentrum einer Helmholtzspule.

## Versuchsvorbereitung

- Verlauf der magnetischen Feldlinien um einen stromdurchflossenen Leiter, eine Zylinderspule und eine Helmholtzspulenordnung.
- Durchflutungsgesetz, Biot-Sarvat-Gesetz
- Berechnen Sie das Magnetfeld um einen langen geraden stromdurchflossenen Draht mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes und des Biot-Savart-Gesetzes!
- Berechnen und Zeichnen Sie  $B/B_0$  im Bereich  $0 \leq x \leq R/2$  für gleich- und gegensinnig stromdurchflossene Helmholtzspulen.
- Zeigen Sie, dass die erste (Steigung) und zweite Ableitung (Krümmung) von  $B(x)$  für  $x = 0$  für gleichsinnig stromdurchflossene Spulen verschwinden.
- Berechnen Sie den Anstieg von  $B(x)/B_0$  für  $x = 0$  für gegensinnig stromdurchflossene Spulen!
- Aussagen des Induktionsgesetzes
- Wovon hängt der magnetische Fluss durch eine Leiterschleife in einem homogenen Magnetfeld ab?
- Halleffekt
- Effektivwerte von Wechselspannungen und -strömen.
- Berechnen Sie den Effektivwert der in einer Probespule induzierten Wechselspannung für die mit Wechselstrom der Stärke  $I_{eff}$  betriebene Helmholtzspule.

## Aufgaben

- Messen Sie das Magnetfeld  $B_0(I)$  im Zentrum einer Helmholtzspule in Abhängigkeit der Stromstärke! Stellen Sie die Abhängigkeit grafisch dar und vergleichen Sie mit den zu erwartenden Werten!
- Messen Sie bei fester Stromstärke den Verlauf des Magnetfeldes in axialer und radialer Richtung. Stellen Sie die Abhängigkeiten  $B/B_0$  grafisch dar. Vergleichen Sie mit den für  $B(x)$  berechneten Werten!
- Bestimmen Sie den Gradienten  $dB/dx$  des Magnetfeldes im Zentrum der gegensinnig durchflossenen Helmholtzspule. Vergleichen Sie mit dem berechneten Wert.
- Bringen Sie eine Spule mit bekannter Fläche und Windungszahl in das Magnetfeld der Helmholtzspule. Beobachten Sie den zeitlichen Verlauf der induzierten Spannung bei verschiedenen Bewegungsabläufen mit einem Oszilloskop. Bestimmen Sie das zeitliche Integral und vergleichen Sie mit dem von einem speziellen Spannungsstoßmessgerät gemessenen Wert sowie mit dem zu erwartenden Wert.
- Bestimmen Sie die Windungszahl einer weiteren Spule aus dem an ihr gemessenen Spannungsstoß.
- Betreiben Sie die Helmholtzspule mit Wechselstrom. Messen Sie die in einer Probespule induzierte Wechselspannung. Vergleichen Sie mit dem zu erwartenden Wert.