

# A11 Gammaspektroskopie und Comptoneffekt

## Grundlagen

Beim Zerfall radioaktiver Atome verbleiben die Folgekerne meist in metastabilen, energetisch angeregten Zuständen. Die Anregungsenergie kann in Form eines oder auch mehrerer Photonen, bei hohen Energien, auch als  $\gamma$ -Quanten bezeichnet, abgegeben oder durch innere Konversion auf ein Hüllenelektron des Folgekerns übertragen werden. In der Abbildung 1 ist das Zerfallsschema des radioaktiven Isotops  $^{137}_{55}\text{Cs}$  dargestellt.

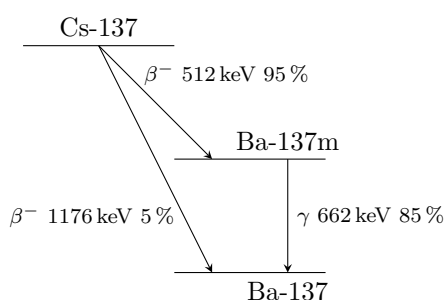


Abbildung 1: Zerfallsschema für das Isotop Cs-137

Dieses Cäsiumisotop zerfällt mit einer Halbwertszeit von 32,07 Jahren durch  $\beta$ -Zerfall zu  $^{137}_{56}\text{Ba}$ . 95% der Bariumkerne verbleiben als Isomer  $^{137m}_{56}\text{Ba}$  in einem energetisch angeregten Zustand. Mit einer Halbwertszeit von 2,6 min geben 85% der Bariumisomere ihre Anregungsenergie in Höhe von 661,66 keV durch Aussendung eines einzelnen  $\gamma$ -Quants dieser Energie ab. Die verbleibenden Kerne übertragen ihre Energie durch innere Konversion direkt, ohne Beteiligung eines  $\gamma$ -Quants, auf ein Elektron der K-Schale, welches aus dem Atom gelöst wird. Beim Wiederauffüllen der entstandenen Fehlstelle entsteht charakteristische Röntgenstrahlung. Die stärksten Röntgenübergänge haben die Energien  $E(K_{\alpha_1}) = 32,19 \text{ keV}$ ,  $E(K_{\alpha_2}) = 31,82 \text{ keV}$  und  $E(K_{\beta_1}) = 36,38 \text{ keV}$ .

Treffen Photonen auf Materie können verschiedene Wechselwirkungen stattfinden.

Bei sehr geringen Energien  $E$  der Photonen werden die Elektronen in der Materie durch das elektrische Feld der einlaufenden Welle lediglich zu erzwungenen Schwingungen angeregt und senden ihrerseits elektromagnetische Wellen, bevorzugt senkrecht zur Schwingungsrichtung, aus. Es handelt sich um die Rayleigh- bzw. Thomsonstreuung. Die Streuung erfolgt praktisch rückstoßfrei und elastisch, d. h. die Frequenz bzw. die Energie der gestreuten Photonen ist unverändert. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu  $E^4$  und zum Quadrat  $Z^2$  der Ordnungszahl.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Die Wellenlänge des Photons muss groß gegen die Abmessungen der Atome sein, damit eine kohärente Überlagerung der gestreuten Wellen erfolgt.

Bei höheren Energien kann der Rückstoß auf das Elektron nicht vernachlässigt werden, die Streuung erfolgt inelastisch<sup>2</sup> durch den Comptoneffekt.

Unter dem Comptoneffekt wird der elastische<sup>3</sup> Stoß eines Photons mit einem Elektron verstanden. Dieses wird als schwach gebunden angenommen, da sonst die Wechselwirkung mit dem sehr viel schwereren Gesamtsystem erfolgen würde. Dabei bleiben sowohl die Energie der Stoßpartner

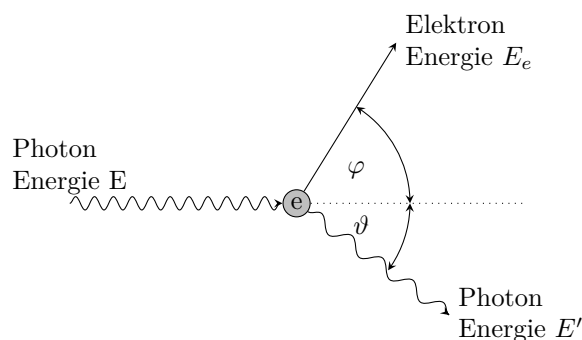


Abbildung 2: Stoß eines Photons mit einem ruhenden Elektron

$$E + E_0 = E' + \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

als auch deren Gesamtimpuls

$$\frac{E}{c} = \frac{E'}{c} \cos \vartheta + \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cos \varphi \quad (2)$$

$$0 = \frac{E'}{c} \sin \vartheta + \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sin \varphi \quad (3)$$

erhalten.

Der Ansatz wurde relativistisch gewählt, da die Massenänderung des Elektrons bei den auftretenden Geschwindigkeiten nicht vernachlässigt werden kann. Mit  $E_0 = m_e c^2 = 511,00 \text{ keV}$  ist die Ruheenergie des Elektrons bezeichnet. Durch Auflösung des Gleichungssystems (1)–(3) erhält man die Energie des gestreuten Photons

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{E_0} (1 - \cos \vartheta)}. \quad (4)$$

Der Wirkungsquerschnitt kann mit der Klein-Nishina-Formel

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} \sim Z \cdot \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \cdot \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \vartheta\right) \quad (5)$$

<sup>2</sup>die Photonen geben Energie ab

<sup>3</sup>in Hinblick auf den klassischen Stoß, bei dem die Gesamtenergie erhalten bleibt

berechnet werden.

Bei nicht zu großen Energien<sup>4</sup> der Photonen erfolgt die Wechselwirkung hauptsächlich durch den Photoeffekt. Dabei wird die gesamte Energie des Photons, abzüglich der Bindungsenergie, auf das ausgelöste Photoelektron übertragen. Da der Atomkern einen Teil des Impulses aufnehmen muss, werden hauptsächlich stark gebundene Elektronen aus der kernnächsten Bahn, also K-Elektronen, freigesetzt. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Ph}$  für den Photoeffekt hängt in 5. Potenz  $Z^5$  von der Zahl der Elektronen, d.h. von der Ordnungszahl ab und nimmt mit zunehmender Energie der Photonen ab. Es gilt

$$\sigma_{Ph} \sim Z^5 \left( \frac{E_0}{E} \right)^{\frac{7}{2}}. \quad (6)$$

Bei Energien  $E \geq 2E_0$  setzt der Effekt der Paarbildung ein. Ihr Wirkungsquerschnitt steigt logarithmisch mit zunehmender Energie und wird bei großen Energien zum dominierenden Effekt.

$$\sigma_P \sim Z^2 \ln E \quad (7)$$

Der Nachweis der  $\gamma$ -Quanten erfolgt mittels eines Szintillationszählers. Das Szintillatormaterial reagiert auf sich durch das Material bewegend Elektronen, welche durch Ionisation durch Photo- oder Comptoneffekt oder durch Paarbildung erzeugt wurden. Entlang ihrer Bahn werden Elektronen aus dem Valenz- ins Leitungsband angeregt. Für die bei der Abregung entstehenden Photonen, muss der Kristall durchlässig sein. Das wird durch den Einbau von Störstellenniveaus in der Bandlücke erreicht.<sup>5</sup> Die Energieabregung erfolgt nun zunächst stahlungslos in die Störstellenniveaus. Die Photonenenergie des folgenden strahlenden Übergangs in das Valenzband ist somit kleiner als der Bandabstand, so dass keine erneute Anregung stattfinden kann. Die Photonen können auf eine Photokathode gelangen und Photoelektronen freisetzen. Mit einem Sekundärelektronenvervielfacher verstärkt, wird ein Spannungspuls generiert, dessen Höhe proportional zur Energie aller bei der Wechselwirkung des  $\gamma$ -Quants gebildeten Elektronen ist.<sup>6</sup> Die Auftragung der Anzahl der in einem bestimmten Spannungsbereich<sup>7</sup> registrierten Impulse liefert ein energiedispersives Gammaspektrum.

Die durch Photoeffekt freigesetzten Elektronen, haben die Energie des  $\gamma$ -Quants abzüglich der Bindungsenergie der Elektronen<sup>8</sup>. Die beim Wiederauffüllen der entstanden Fehlstellen entstehenden Photonen werden im Regelfall nahezu

zeitgleich ebenfalls registriert, so dass im Spektrum ein Peak bei der vollen  $\gamma$ -Energie, der Vollenergiepeak, entsteht.

Verläßt dieses Photon den Szintillator ohne Wechselwirkung, wird nur die Energie der Photoelektronen detektiert, welche als Photo-Escape-Peak unterhalb des Vollenergiepeaks nachgewiesen werden.

Durch Wechselwirkung infolge Comptoneffekt erhalten die Elektronen winkelabhängig einen Teil der Photonenenergie  $E_e(\vartheta) = E - E'(\vartheta)$ . Die größtmögliche Energie wird bei Rückstreuung ( $\vartheta = 180^\circ$ ) an das Elektron übertragen. Diese Energie  $E_C$  heißt Energie der Comptonkante und bildet den Abschluss des bis dahin reichenden Comptonplateaus, welches bei verschwindenden Energien beginnt. Der Verlauf des Comptonplateaus kann mit (5) bestimmt werden.

Da die Darstellung des Spektrums in Abhängigkeit der Energie erfolgt, der Wirkungsquerschnitt (5) jedoch auf den Raumwinkel bezogen ist, muss noch mit

$$\frac{d\sigma}{dE_e} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dE_e} \sim -\frac{d\sigma}{d\Omega} / \frac{dE'}{d\cos\vartheta} \quad (8)$$

umgerechnet werden. Erfolgt die Streuung der Photonen im Strahler oder im ihn umgebenden Material, so gelangen geometrisch bedingt bevorzugt um  $180^\circ$  rückgestreute Photonen in den Detektor und bilden den sogenannten Rückstreuppeak. Überdies werden, hauptsächlich durch Photoeffekt, im umgebenden Material Elektronen der inneren Schalen herausgelöst, so dass die entsprechende charakteristische Röntgenstrahlung im Spektrum registriert wird.

Bei der Paarbildung wird ein Elektron-Positron-Paar gebildet. Die beiden Teilchen erhalten die, die doppelte Ruheenergie übersteigende Energie des  $\gamma$ -Quants  $E - 2E_0$ .

Hinsichtlich der Anregung von Szintillationen verhalten sich Elektronen und Positronen praktisch gleich, ihre gesamte kinetische Energie wird also in jedem Fall vom Szintillator registriert. Die Annihilation des Positrons erfolgt erst nach dem dieses zur Ruhe gekommen ist und kurzzeitig mit einem Elektron ein Positroniumatom gebildet hat. Wechselwirken beide, bei der Zerstrahlung freigesetzten Photonen der Energie  $E_0$  mit dem Szintillatormaterial, wird insgesamt wieder die gesamte  $\gamma$ -Energie registriert und damit ein Beitrag zum Vollenergiepeak geliefert. Verläßt ein Photon ohne Wechselwirkung den Detektor, wird nur die Energie  $E - E_0$ , bzw. wenn beide Photonen den Detektor verlassen die Energie  $E - 2E_0$  nachgewiesen. Im Spektrum sind diese Vorgänge als Single- bzw. Double-Escape-Peak nachweisbar.

## Versuchsvorbereitung

- Entstehung und Eigenschaften von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung
- radioaktives Zerfallsgesetz
- Berechnen Sie die Aktivität eines radioaktiven Eichpräparates  $^{137}\text{Cs}$ , das am 21.11.1991 eine Aktivität von 37 kBq hatte und einer  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle, die am 14.7.1992 eine Aktivität von 3,7 MBq hatte.
- Mit welcher Strahlungsbelastung ( $\dot{A}$ äquivalentdosis) ist bei letzterer Quelle an einem Praktikumstag zu rechnen, wenn Sie im Schnitt in 50 cm Entfernung von der Quelle arbeiten ( $\Gamma_H = 88 \mu\text{Svm}^2\text{h}^{-1}\text{GBq}^{-1}$ )?

<sup>4</sup>jedoch größer als die Bindungsenergie der Elektronen

<sup>5</sup>Im Experiment wird ein Natriumiodid-Kristall benutzt. Die Störstellen werden durch Dotierung mit Thallium erzeugt.

<sup>6</sup>Die beschriebenen Vorgänge verlaufen so schnell, dass praktisch immer nur ein einzelnes  $\gamma$ -Quant der Auslöser ist. Fallen zwei  $\gamma$ -Quanten nahezu gleichzeitig in den Szintillator ein, können sie nicht unterschieden werden. Es entsteht ein Spannungssignal, welches der Summe der Energien der  $\gamma$ -Quanten (bzw. der Energien der angeregten Elektronen) entspricht.

<sup>7</sup>Üblicherweise benutzt man keine Spannungswerte, sondern teilt den gesamten möglichen Spannungsbereich in Kanäle auf. Durch Zusammenfassen von mehreren Kanälen kann die Anzahl der registrierten Impulse gesteigert, die statistischen Schwankungen damit verringert werden.

<sup>8</sup>Bei dem im Experiment genutzten NaI-Szintillator kann für die Bindungsenergie ein Wert von 29,24 keV angenommen werden, der sich aus der gewichteten Mittelung der K-Röntgenenergien des Iods im NaI ergibt.

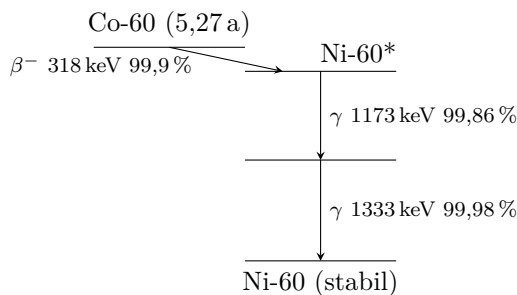
- Photonenenergie und -impuls, DeBroglie-Beziehung
- charakteristische Röntgenstrahlung
- Leiten Sie (4) her.
- Warum ist der Himmel blau?
- Berechnen und skizzieren Sie die Winkelabhängigkeit ( $0^\circ$  bis  $180^\circ$ ) des Streuquerschnitts  $d\sigma_C/d\Omega$  (5) für die beim Zerfall von  $^{137}\text{Cs}$  ausgesendeten  $\gamma$ -Quanten und für den Grenzfall niederenergetische Photonen (Rayleigh-Streuung) in einem Polardiagramm.
- Berechnen und skizzieren Sie die Energieabhängigkeit  $d\sigma_C/dE_e$  (8) des Comptonplateaus.
- natürliche radioaktive Zerfallsreihen
- Geben Sie die Zerfallsgleichungen der Strahler  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{22}\text{Na}$  und  $^{241}\text{Am}$  an.

In den folgenden Abbildungen sind die entsprechenden z.T. stark vereinfachten Zerfallsschemata dargestellt, soweit die Übergänge für diesen Versuch von Interesse sind.

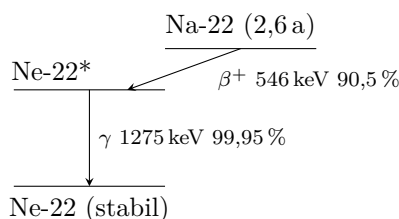
Berechnen Sie für diese Isotope mit den angegebenen Energiewerten jeweils die Energien der Comptonkanten, der Rückstreupeaks, soweit sinnvoll die Energien der Single- und Double-Escape-Peaks und die Energien der Photo-Escape-Peaks.

Ermitteln Sie ob für diese Isotope die innere Konversion eine nennenswerte Stahlung verursacht. Geben Sie die entsprechenden Energien an! Benutzen Sie beispielsweise die unter <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/> zu findenden Angaben.

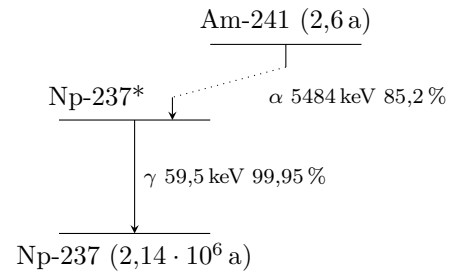
– Zerfallsschema von Co-60



– Zerfallsschema von Na-22



– Zerfallsschema von Am-241



## Aufgaben

- Messen Sie das Spektrum eines Eichpräparates  $^{137}\text{Cs}$ .
- Kalibrieren Sie die Energieachse an Hand der bekannten Linien im Spektrum.
- Zeichnen Sie den berechneten (skalierten) Verlauf des Comptonplateaus in das Spektrum von  $^{137}\text{Cs}$ . Markieren Sie die berechnete Energie für den Rückstreu- und Photoescapepeak.
- Bestimmen Sie ausgehend von den geometrischen Verhältnissen und der Aktivität des Eichpräparates den Anteil der nachgewiesenen  $\gamma$ -Quanten.
- Bestimmen Sie die relative Energieauflösung des Detektors, d.h. die Breite der  $\gamma$ -Linien in Bezug auf deren Energie.
- Bestimmen Sie das Verhältnis der registrierten Ereignisse, d.h. der Wahrscheinlichkeiten des Auftretens, des Photo- und Comptoneffektes. Vergleichen Sie mit den zu erwartenden Werten.
- Bestimmen Sie den Anteil der inneren Konversion am Übergang  $^{137m}\text{Ba} \rightarrow ^{137}\text{Ba}$ .
- Bringen Sie verschiedene Streukörper hinter dem Eichpräparat an. Untersuchen Sie die Rückstreuung. Bestimmen Sie durch Auswertung der Röntgenfluoreszenz die verwendeten Materialien.
- Messen Sie winkelahängig den Comptoneffekt von  $\gamma$ -Quanten einer weiteren  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle an verschiedenen Streukörpern. Vergleichen Sie die Messwerte mit (4) und (5).
- Nehmen Sie die Spektren von  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{241}\text{Am}$ . Markieren Sie jeweils die zu erwartenden Energien von Comptonkante, Rückstreupeak, Vollenergiepeak und Photoescapepeak sowie, falls erwartet, von single und double escape-Peak.
- Messen Sie das Spektrum verschiedener vorgegebener radioaktiver Substanzen. Ordnen Sie signifikanten Linien die zugehörigen Zerfälle zu. Vergleichen Sie dazu mit relevanten Zerfällen, die in den natürlichen Zerfallsreihen auftreten<sup>9</sup>.

<sup>9</sup>Angaben zu radioaktiven Zerfällen sind beispielsweise bei <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/> zu finden.