

Neben der Untersuchung des Charakters von Wärmestrahlung wird das Stefan-Boltzmannsche-Gesetz nachgewiesen.

1. Theoretische Grundlagen

Temperaturunterschiede versuchen sich stets auszugleichen. Deshalb breitet sich Wärme immer von Stellen höherer Temperatur zu Stellen niedrigerer Temperatur aus. Die Ausbreitung kann auf drei verschiedene Arten erfolgen:

- Durch **Wärmeströmung** oder Wärmekonvektion, bei der eine Stoffmenge mit ihrem Wärmeinhalt beginnend von einer Stelle zu einer anderen Stelle strömt.
- Durch **Wärmeleitung**, bei der die Wärme von Teilchen zu Teilchen übertragen wird, ohne dass diese dabei ihren Ort wesentlich verändert. Diese Teilchen können je nach dem Stoff Atome, Moleküle oder Elektronen sein.
- Durch **Wärmestrahlung** ähnlich der Lichtstrahlung, ohne dass irgendein Stoff die Vermittlung übernehmen muss.

1.1 Entstehung der Strahlung

Moleküle, Atome und Ionen besitzen eine thermische Energie, die mit der jeweils vorherrschenden Temperatur zunimmt. Ein Teil dieser Energie steht für die Emission elektromagnetischer Wellen in einem gewissen Frequenzbereich zur Verfügung. Mit zunehmender Temperatur verschiebt sich das Maximum dieses Frequenzbereiches vom Infraroten ins Sichtbare und die Strahlung wird intensiver (**Bild 1**). Ab ca. 700°C sieht man Festkörper glühen. Beim umgekehrten Vorgang, der Absorption, trifft Strahlung auf Materie und wird in Wärmeenergie umgewandelt.

Emittiert ein Flächenelement ΔA_S eines strahlenden Körpers Energie in den Raumwinkel $\Delta\Omega = \Delta A/r^2$, so ist der Energieverlust ΔE_S in der Zeit Δt gegeben durch

$$\Delta E_S = I \cdot \Delta A_S \cdot \cos \theta_S \cdot \Delta\Omega \cdot \Delta t \quad (1)$$

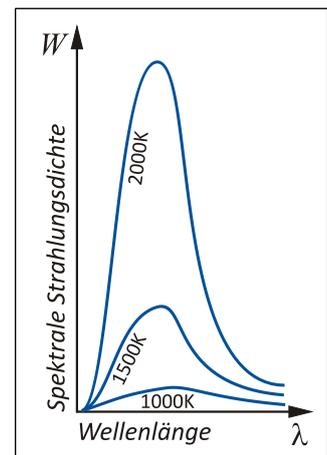


Bild 1: Spektrale Intensitätsverteilung

I nennt man die Intensität der Strahlung, hier über alle Frequenzen integriert ($[I] = W \cdot m^{-2}$). Sie ist konstant entlang des Strahlers. Trifft ein Strahl der Intensität I senkrecht auf ein Flächenelement ΔA_d eines Detektors, so empfängt dieser die Energie

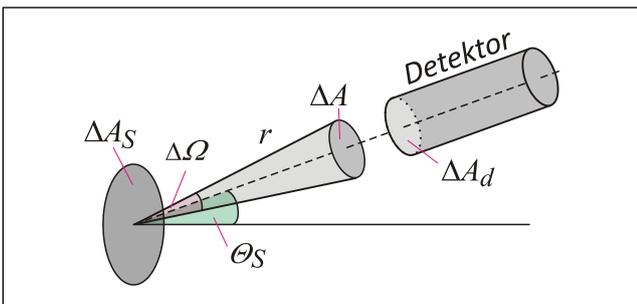


Bild 2: Winkeldefinitionen

$$\Delta E_d = I \cdot \Delta A_S \cdot \cos \theta_{sd} \cdot \frac{\Delta A_d}{r_{sd}^2} \cdot \Delta t. \quad (2)$$

r_{sd} gibt den Abstand der Flächenelemente zwischen Strahler und Detektor an. θ_{sd} ist der Winkel zwischen der Verbindungslinie $\Delta A_S - \Delta A_d$ und der Normalen auf ΔA_S . Zur Ermittlung der gesamten auftreffenden Energie pro Zeit ist über ΔA_S des Strahles zu summieren bzw. zu integrieren.

1.2 Absorptions- und Emissionsgrad

Bei Bestrahlung eines Körpers ergibt sich aus der aus allen Richtungen einfallenden Strahlung die Bestrahlungsstärke E ($[E] = \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$). Ist die Entfernung r zwischen Quelle und Empfänger groß genug, gilt entsprechend der Gleichung (2):

$$E \sim \frac{1}{r^2} \quad (3)$$

Ein Teil E_a von E wird absorbiert, der Rest wird zurückgestrahlt oder hindurch gelassen. Der Absorptionsgrad α beschreibt den absorbierten Teil der einfallenden Strahlung:

$$\alpha = \frac{E_a}{E} \quad (4)$$

α ist im Allgemeinen abhängig von der Temperatur T des absorbierenden Körpers. Körper mit vollständiger Absorption $\alpha=1$ wirken schwarz, es wird keine Strahlung reflektiert. Sogenannte „*schwarze Körper*“ werden durch Hohlräume realisiert, in denen sich eine Öffnung befindet.

Die Erfahrung zeigt, dass Körper mit hoher Absorption eine starke Emission von Wärmestrahlung zeigen. Man definiert als Emissionsgrad ε das Verhältnis der Ausstrahlung $M(T)$ ($[M(T)] = \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) zum entsprechenden Wert $M_S(T)$ eines schwarzen Körpers (mit $\alpha=1$) der gleichen Temperatur T . Die Ausstrahlung $M(T)$ ergibt sich aus Gleichung (1) durch Integration über den Raumwinkel $d\Omega$. $M_S(T)$ stellt den maximal möglichen Wert bei gegebener Temperatur T dar:

$$\varepsilon(T) = \frac{M(T)}{M_S(T)} \quad \varepsilon(T) < 1 \quad (5)$$

Der Emissionsgrad ε eines Wärmestrahlers ist seinem Absorptionsgrad α gleich (**Kirchhoffsches Strahlungsgesetz**):

$$\varepsilon(T) = \alpha(T) \quad (6)$$

Die Emissionsgrade einiger Werk- und Baustoffe sind im **Abschnitt 3 (Tab.1)** angegeben.

1.3 Stefan-Boltzmann-Gesetz

Die Ausstrahlung $M_S(T)$ eines „*schwarzen*“ Wärmestrahlers steigt mit der vierten Potenz der Temperatur ($[T] = \text{K}$):

$$M_S(T) = \sigma \cdot T^4 \quad (7)$$

Die Stefan-Boltzmann-Konstante beträgt $\sigma=5,670\cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$. Die Ausstrahlung eines „*nicht-schwarzen*“ oder „*grauen*“ Körpers ist entsprechend Gleichung (5) reduziert:

$$M(T) = \varepsilon(T) \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (8)$$

Neben der Emission nimmt der Körper Strahlung aus seiner Umgebung mit der Temperatur T' auf. Damit wird die resultierende Ausstrahlung

$$M_{eff}(T) = \varepsilon(T) \cdot \sigma \cdot (T^4 - T'^4). \quad (9)$$

Kühlkörper sollen einen hohen Emissionsgrad ε aufweisen ($\varepsilon \approx 1$); dies wird durch schwarze Oberflächen erreicht. Bei niedrigen Temperaturen wird die Wärmestrahlung im Infraroten emittiert. Es ist nicht gewährleistet, dass sichtbar schwarze Flächen auch in diesem Spektralbereich ein hohes ε bzw. ein hohes α aufweisen.

Zur Reduzierung der Verluste durch Wärmestrahlung werden reflektierende Folien oder Schichten eingesetzt.

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe: Erläutern Sie die Besonderheiten eines schwarzen Strahlers hinsichtlich des Absorptionsgrades α .

- Welcher Unterschied besteht zwischen Emissionsgrad ε und Absorptionsgrad α ?

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Leslie-Würfel mit Temperierung, Multimeter, Stefan-Boltzmann-Lampe, regelbare Spannungsquelle, Milliohm-Meter (*R-200*)

2.2.2 Versuchshinweise

Hinweis: Bei allen Messungen und grafischen Darstellungen wird die Ausgangsspannung U_α des Strahlungssensors als Kenngröße für die Bestrahlungsstärke E verwendet: $U_\alpha \sim E$.

- Führen Sie aus Zeitgründen die Messung zur **Aufgabe 1** parallel zu den weiteren Messaufgaben durch.
- Beginnen Sie **zuerst die Messungen** zur **Aufgabe 4**.

Aufgabe 1: Untersuchung der Abstrahlung $M(T)$ von vier unterschiedlichen Seiten (*Schwarz, Weiß, Blank, Matt*) eines Leslie-Würfels mittels eines Strahlungssensors bei unterschiedlichen Temperaturen

Nach Abschluss der Messungen zur **Aufgabe 4** sollte der Leslie-Würfel seine Endtemperatur erreicht haben.

- Bringen Sie den Strahlungssensor nacheinander an die **4 Seiten** (*Direktkontakt mit den Abstandsbolzen am Sensor*) und messen Sie die Ausgangsspannung U_α

Hinweis: Die Sensorblende nur zur Messung öffnen!

- Schalten Sie die Heizung ab und wiederholen Sie die Messung jeweils nach der Durchführung der **Aufgaben 2** und **3**.

Aufgabe 2: Untersuchung des Abstandsgesetzes einer Stefan-Boltzmann-Lampe durch Messung der Bestrahlungsstärke E des Sensors in Abhängigkeit vom Abstand r (*Temperatur konstant*)

- Bauen Sie die Versuchsanordnung entsprechend **Bild 3** auf.

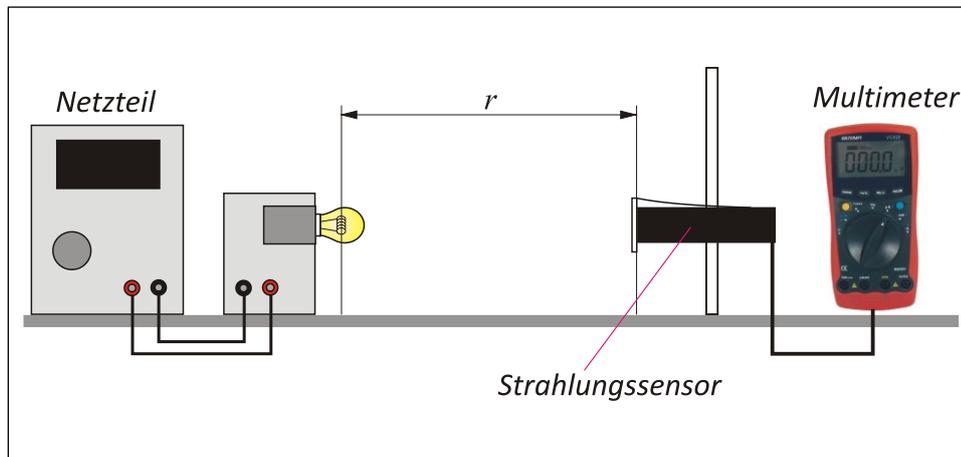


Bild 3: Versuchsaufbau Aufgabe 2

vor Beginn der Messung:

- Bestimmen Sie den Widerstandswert der Stefan-Boltzmann-Lampe bei Raumtemperatur mit dem Milliohm-Meter.

Hinweis:

4-Leiter Messverfahren verwenden!

- Bringen Sie die Wärmedämmplatte in die Messstrecke und entfernen Sie diese nur zur Messung.
- Platzieren Sie den Strahlungssensor im Abstand $r=80\text{ cm}$ (r : Abstand Lampenwendel – Sensoröffnung!).
- Schalten Sie die Betriebsspannung ($U=11\text{ V DC}$) am Versorgungsgerät für die Lampe ein und messen Sie die Ausgangsspannung U_a des Sensors.
- Verringern Sie **in 10cm-Schritten** den Abstand und messen Sie jeweils die Ausgangsspannung U_a . Letzter Messwert ist bei $r=10\text{ cm}$.

Aufgabe 3: Nachweis des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für hohe Temperaturen einer Stefan-Boltzmann-Lampe durch Messung der Bestrahlungsstärke $E(T)$ des Sensors in Abhängigkeit von der Strahlertemperatur bei konstantem Abstand r

Der Versuchsaufbau entspricht dem der **Aufgabe 2 (Bild 3)** mit konstantem Abstand $r=6\text{ cm}$, Strom- und Spannungsmessung sind im stabilisierten Labornetzgerät (*DIGI 40*) integriert.

- Variieren Sie die Betriebsspannung der Lampe im Bereich **von (1 ... 11) V** in **1V-Schritten**.
- Bestimmen Sie jeweils Betriebsstrom und -spannung (U, I) der Stefan Boltzmann-Lampe sowie Ausgangsspannung U_a des Strahlungssensors.

Aufgabe 4: Überprüfung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für niedrige Temperaturen (zwischen **Raumtemperatur und 100°C**) an der schwarzen Seite des Leslie-Würfels ($M(T)$ des Würfels $\approx E(T)$ des Sensors).

- Platzieren Sie den Strahlungssensor mittig im Abstand von **ca. $r=(3 \text{ bis } 4) \text{ cm}$** vor der schwarzen Seite des Leslie-Würfels (siehe **Bild 4**).
- Bringen Sie die Wärmedämmplatte mit der reflektierenden Seite zum Würfel zwischen die Messstrecke.
- Bestimmen Sie zunächst die Temperatur des unbeheizten Leslie-Würfels (Raumtemperatur) durch Messung des Widerstandes (in 2-Leiter Messverfahren mit dem Milliohm-Meter R-200) und einer Umrechnung (Diagramm bzw. Tabelle am Praktikumsplatz).

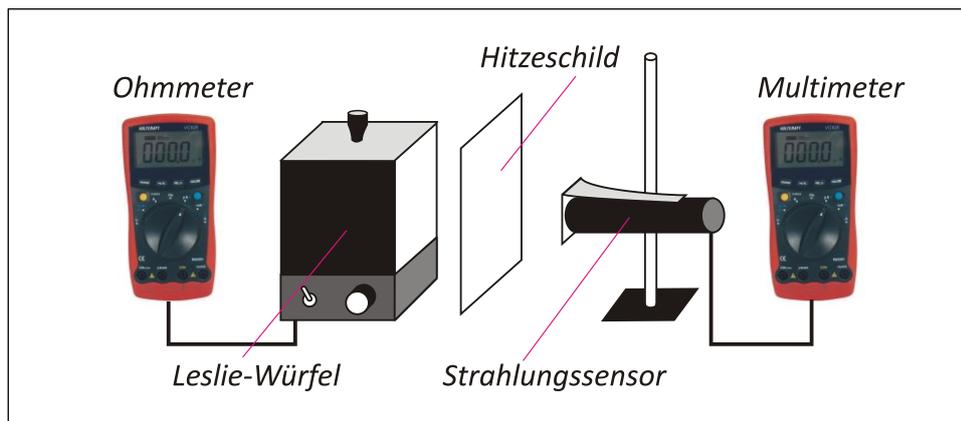


Bild 4: Versuchsaufbau Aufgabe 4

Messen der Ausgangsspannung am Strahlungssensor:

- Öffnen Sie die Messöffnung des Strahlungssensors mit der Hand (*stets nur für die Messung!*) und lesen Sie die Ausgangsspannung ab.
- Entfernen Sie die Wärmeplatte nur für die Zeit der direkten Messung.
- Schalten Sie die Heizung des Leslie-Würfels auf „**High**“.
- Messen Sie die Ausgangsspannung U_a des Sensors **von (30 ... 100)°C in Schrittweiten von $\Delta T=10 \text{ K}$** .

Hinweis: Tragen Sie vor Messbeginn in Ihr Messwertprotokoll neben der Spalte der Temperatur schon die entsprechenden Widerstandswerte ein.

- Lassen Sie nach Beendigung der Messung die Heizung des Würfels auf „**High**“ (Durchführung der **Aufgabe 1**).

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Untersuchung der Abstrahlung $M(T)$ von vier unterschiedlichen Seiten (Schwarz, Weiß, Blank, Matt) eines Leslie-Würfels mittels eines Strahlungssensors bei unterschiedlichen Temperaturen

- Bestimmen Sie den Emissionsgrad ε entsprechend den Gleichungen (4) bis (6) bei der jeweiligen Temperatur (Unter Annahme, dass für die schwarze Fläche tatsächlich $\varepsilon=1$ gilt).
- Schätzen Sie die Messunsicherheit ab und diskutieren Sie die Ergebnisse.
- Ermitteln Sie ebenfalls die Bestrahlungsstärke E . Wobei $E = U_a/K$ ist (K : Sensorkonstante).

Aufgabe 2: Untersuchung des Abstandsgesetzes einer Stefan-Boltzmann-Lampe durch Messung der Bestrahlungsstärke E des Sensors in Abhängigkeit vom Abstand r (*Temperatur konstant*)

- Stellen Sie die Messergebnisse in je einem Diagramm als Funktion $E = f(r)$ und $E = f(r^{-2})$ graphisch dar.
- Bestimmen Sie die Messunsicherheiten unter Verwendung der linearen Regression sowie der Standardabweichung den Anstieg b und E_0 (*Schnittpunkt der y-Achse*) durch eine Fehlerrechnung.
- Diskutieren Sie die Abhängigkeiten der dargestellten Funktionen.

Aufgabe 3: Nachweis des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für hohe Temperaturen einer Stefan-Boltzmann-Lampe durch Messung der Bestrahlungsstärke $E(T)$ des Sensors in Abhängigkeit von der Strahlertemperatur bei konstantem Abstand r

- Benutzen Sie entsprechend der **Tab.2 im Abschnitt 3** zur Temperaturbestimmung der Stefan-Boltzmann-Lampe den mit den Betriebswerten berechenbaren Widerstand R und den relativen Zusammenhang R/R_{RT} .
- Stellen Sie die Ergebnisse als Funktion $E = f(T)$ einmal auf **linearem** und einmal auf **doppelt-logarithmischem** Papier dar.
- Nutzen Sie letztere graphische Darstellung zur Berechnung des Anstiegsexponenten b und interpretieren Sie das Ergebnis.
- Schätzen Sie die Messabweichungen aus der Darstellung ab, tragen Sie diese als Fehlerbalken ein und berechnen Sie die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung.
- Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 4: Überprüfung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für niedrige Temperaturen (*zwischen Raumtemperatur und 100 °C*) an der schwarzen Seite des Leslie-Würfels ($M(T)$ des Würfels $\approx E(T)$ des Sensors).

Hinweis: Als T ($[T] = \text{K}$) wird die aus dem Widerstand bestimmte Temperatur des Würfels und als T' ($[T'] = \text{K}$) die Raumtemperatur bezeichnet. Die Bestrahlung E ist direkt proportional der Ausgangsspannung U_a des Strahlungssensors.

- Stellen Sie in einem Diagramm die Funktion $U_a(T, T') = f(T^4 - T'^4)$ graphisch dar, tragen Sie diese als Fehlerbalken ein und schätzen Sie die Messunsicherheit ab.
- Interpretieren Sie das Ergebnis hinsichtlich der Gültigkeit des Stefan-Boltzmann Gesetzes.

3. Ergänzungen

Tabelle 1: Emissionsgrad ε einiger Stoffe bei der Temperatur ϑ

| Werkstoff | $\vartheta/^\circ\text{C}$ | ε | Werkstoff | $\vartheta/^\circ\text{C}$ | ε |
|---------------------|----------------------------|---------------|-------------|----------------------------|---------------|
| Aluminium, poliert | 20 | 0,04 | Beton | 20 | 0,94 |
| Aluminium, oxidiert | 20 | 0,25 | Mauerwerk | 20 | 0,93 |
| Messing | 25 | 0,04 | Holz | 25 | 0,90 |
| Messing, oxidiert | 200 | 0,61 | Dachpappe | 20 | 0,90 |
| Eisen, poliert | 100 | 0,20 | Glas | 20 | 0,88 |
| Eisen, angerostet | 20 | 0,65 | Lacke | 100 | 0,95 |
| Eisen, verzinkt | 25 | 0,25 | Kunststoffe | 20 | 0,90 |
| Chrom, poliert | 150 | 0,07 | Wasser | 20 | 0,90 |

Kenndaten der Stefan-Boltzmann-Lampe:

R_{RT} : Widerstand bei Raumtemperatur

R : Widerstand bei Betrieb der Lampe ($R = U/I$)

Tabelle 2: Zusammenhang zwischen relativem Widerstand und Temperatur der Stefan-Boltzmann-Lampe

| T K | R/R_{RT} | T K | R/R_{RT} | T K | R/R_{RT} | T K | R/R_{RT} |
|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| 300 | 1,00 | 1200 | 5,48 | 2100 | 10,63 | 3000 | 16,29 |
| 400 | 1,43 | 1300 | 6,03 | 2200 | 11,24 | 3100 | 16,95 |
| 500 | 1,87 | 1400 | 6,58 | 2300 | 11,84 | 3200 | 17,62 |
| 600 | 2,34 | 1500 | 7,14 | 2400 | 12,46 | 3300 | 18,28 |
| 700 | 2,85 | 1600 | 7,71 | 2500 | 13,08 | 3400 | 18,97 |
| 800 | 3,36 | 1700 | 8,28 | 2600 | 13,72 | 3500 | 19,66 |
| 900 | 3,88 | 1800 | 8,68 | 2700 | 14,34 | 3600 | 26,35 |
| 1000 | 4,41 | 1900 | 9,44 | 2800 | 14,99 | | |
| 1100 | 4,95 | 2000 | 10,03 | 2900 | 15,63 | | |

Temperatur-Widerstandsdiagramm eines Thermistors

