

Die Volumenausdehnung von Flüssigkeiten und die Längenänderung von festen Körpern in Abhängigkeit von der Temperatur sollen nachgewiesen werden.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Allgemeines

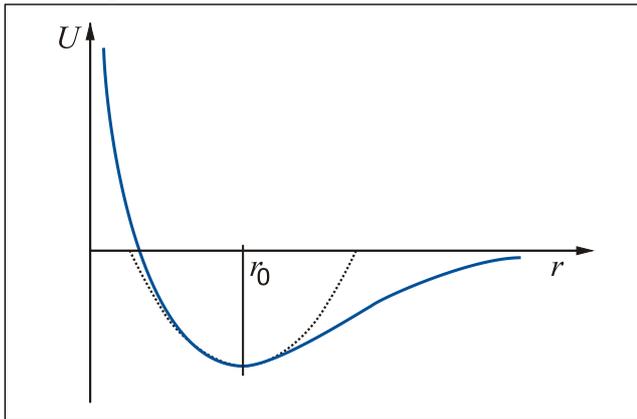


Bild 1: Potentialverlauf in Abhängigkeit vom Atomabstand r

Eine Erhöhung der Temperatur T bewirkt im Festkörper eine Vergrößerung der Schwingungsamplitude der Atome im Kristallgitter.

Die Potentialkurve (**Bild 1**) für die Bindungskräfte entspricht nur in erster Näherung der Parabel eines harmonischen Oszillators (*gestrichelt*), in der Regel ist sie für große Atomabstände flacher als für kleine. Bei einer großen Schwingungsamplitude rückt daher der Schwingungsmittelpunkt zu größeren Atomabständen. Der mittlere Abstand zwischen den Atomen wird größer und damit auch das Gesamtvolumen V (bei konstantem Druck p).

$$\gamma = \frac{1}{V_0} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad (1)$$

γ heißt **Volumenausdehnungskoeffizient**. Betrachtet man nur eine Dimension, erhält man den **Längenausdehnungskoeffizienten** α .

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \cdot \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_p \quad (2)$$

Die Ausdehnungskoeffizienten sind temperaturabhängige Materialgrößen und werden auf bestimmte Temperaturen oder Temperaturbereiche bezogen angegeben (siehe Anhang **Tabelle 1**).

Bei einer linearen Abhängigkeit der Volumina bzw. Längen von der Temperatur kann man die Gleichungen (1) und (2) auch wie folgt formulieren (mit V_0 bzw. l_0 als Anfangs- und V bzw. l als Endgrößen):

$$\gamma = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} \quad V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \quad (3) \quad (3a)$$

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta T} \quad l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad (4) \quad (4a)$$

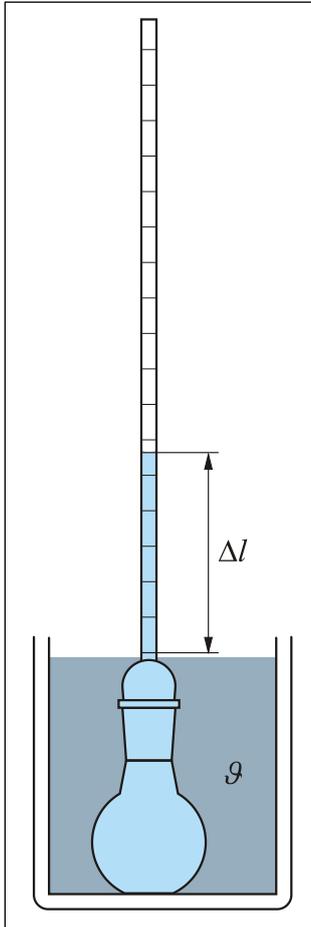
Zwischen α und γ besteht folgende Relation: $\gamma = 3\alpha$.

In Flüssigkeiten und Gasen bewirkt eine Erhöhung der Temperatur (bei konstantem Druck) im Allgemeinen eine größere thermische Bewegung der Moleküle und damit ebenfalls eine Vergrößerung des Volumens (*Ausnahme: Wasser zwischen (0 und 4)°C; **Anomalie des Wassers***). Die Definition des Volumenausdehnungskoeffizienten erfolgt analog zu Festkörpern. Eine Betrachtung von Ausdehnungen in einer Dimension ist bei Flüssigkeiten und Gasen nicht sinnvoll.

1.2 Messverfahren

1.2.1 Volumenausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten

Bei dem verwendeten Dilatometer (**Bild 2**) für Flüssigkeiten wird die Volumenänderung der Flüssigkeit in dem an einem Glasgefäß angesetzten **Steigrohr** gemessen:



$$\Delta V = A \cdot (h - h_0) \quad (5)$$

A : Querschnittsfläche des Steigrohres

h : Endsteighöhe nach Temperierung

h_0 : Anfangssteighöhe

Für Präzisionsmessungen ist die temperaturbedingte Volumenänderung des Dilatometers zu berücksichtigen. Es ist

$$\Delta V_D = 3\alpha_{Gl} \cdot \Delta T \cdot V_D \quad (6)$$

ΔT : Temperaturzunahme

V_D : Anfangsvolumen Dilatometer

$\alpha_{Gl} = 2,79 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ linearer Ausdehnungskoeffizient Glas

Zur Volumenänderung ΔV , die sich durch Messung nach Gleichung (5) ergibt, ist die Volumenänderung V_D des Volumendilatometerkolbens zu addieren:

$$\gamma = \frac{\Delta V + \Delta V_D}{V_0 \cdot \Delta T} = \frac{A \cdot (h - h_0) + 3\alpha_{Gl} \cdot V_D \cdot \Delta T}{(V_D + A \cdot h_0) \cdot \Delta T} \quad (7)$$

Bestimmt werden kann der Volumenausdehnungskoeffizient aus

$$\gamma = \frac{A \cdot b + 3\alpha \cdot V_D}{V_D + A \cdot h_0} \quad \text{mit } b = \frac{h - h_0}{\vartheta - \vartheta_0}, \quad (8)$$

Bild 2: Dilatometer

wobei b die Steigung im linearen Bereich eines Diagramms $h = f(\vartheta)$ ist.

1.2.2 Längenausdehnungskoeffizient

Durch ein Rohr wird durch einen Thermostat temperiertes Wasser geleitet. Während eine Auflagestelle festgehalten ist, wird durch die Längenzunahme Δl an der anderen Auflagestelle eine Messuhr betätigt. Die Rohrtemperatur wird über einen Messfühler direkt am Rohr bestimmt.

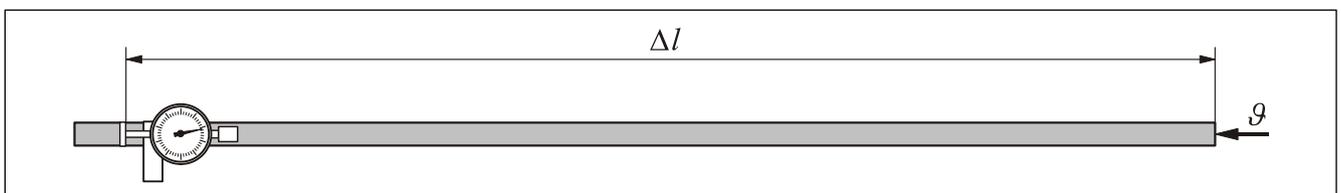


Bild 3: Messanordnung zur Längenausdehnung

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Die Gleichungen (3) und (4) gelten nur in eingeschränkten Temperaturbereichen. Bei Eisen z.B. gibt es einen Bereich, in dem die Länge mit steigender Temperatur abnimmt. Informieren Sie sich in der Literatur über den hier auftretenden Begriff „Curie - Temperatur“.

Aufgabe 2: Um die mittlere Temperatur eines Stabes zu bestimmen (siehe **Tabelle 4**), ist in der Mitte dieses Stabes ein Thermistor angebracht. Der Widerstandswert des Thermistors sinkt durch die Erwärmung des Stabes, während sich die Länge um Δl vergrößert. Bei einer Temperatur von $\vartheta=20^\circ\text{C}$ hat der Stab eine absolute Länge von $l_{20^\circ\text{C}}=900\text{ mm}$.

- Bestimmen Sie aus den Widerstandswerten des Thermistors die mittlere Temperatur des Stabes.
- Stellen Sie die Funktion $\Delta l = f(\vartheta)$ graphisch dar und bestimmen Sie den Anstieg der Funktion.
- Berechnen Sie den **Längenausdehnungskoeffizienten α** und geben Sie anhand des Tabellenwertes das Material des Stabes an.

$R / \text{k}\Omega$	110	85	57	42	25	15	10
$\Delta l / \mu\text{m}$	0	111	245	347	543	729	915

Wertetabelle

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Volumendilatometer mit **Steigrohr** ($A=0,125\text{ cm}^2$), Längendilatometer mit $l_{RT}=(700 \pm 2)\text{ mm}$, Thermostat, Analysenwaage, Thermometer, Widerstandsmessgerät zur indirekten Temperaturbestimmung am Rohr, Eppendorf Pipette mit Spitzen,

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Bestimmung der Dichte **zweier Flüssigkeiten** mit dem Pyknometer

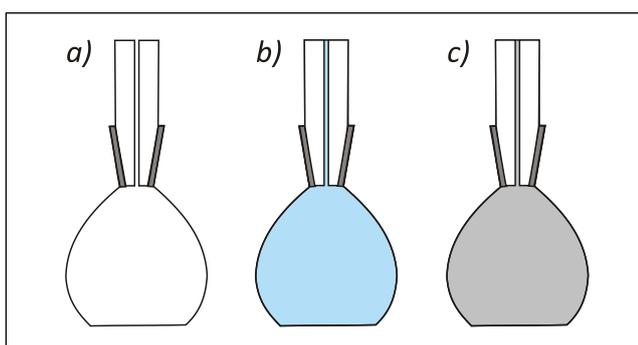


Bild 4: Pyknometermessung

- Ermitteln Sie die Masse m_1 des leeren Pyknometers (**Bild 4a**).
- Füllen Sie zuerst dieses Pyknometer mit der zu untersuchenden Flüssigkeit und ermitteln Sie die Masse m_3 (**Bild 4c**). Achten Sie darauf, dass das Pyknometer bei der Massebestimmung außen trocken ist.
- Leeren Sie das Pyknometer wieder (*zurückführen der Flüssigkeit in die richtige Flasche*). Spülen Sie das Pyknometer mit destilliertem Wasser aus.

- Füllen Sie nun das Pyknometer mit destilliertem Wasser (*Vergleichsflüssigkeit*) und ermitteln Sie die Masse m_2 (**Bild 4b**).
- Leeren Sie das Pyknometer wieder.
- Bestimmen Sie die Temperatur der Vergleichsflüssigkeit (*destilliertes Wasser*).

Hinweis:

Vermeiden Sie beim Einfüllen der Flüssigkeit Luftblasen!

- Bestimmen Sie auf diese Art und Weise die Dichte der zweiten unbekanntes Flüssigkeit mit dem anderen Pyknometer.

Aufgabe 2: Bestimmung der Volumenausdehnungskoeffizienten **zweier Flüssigkeiten** mit dem Volumendilatometer in Abhängigkeit von der Temperatur

- Bestimmen Sie die Masse m_1 des leeren Dilatometerkolbens mit Steigrohr und Klemme.
- Befüllen Sie den Dilatometerkolben mit der unbekanntes Flüssigkeit. Setzen Sie das Steigrohr auf und füllen Sie die Flüssigkeit mit der Pipette soweit nach, bis die Skalierung des Steigrohres von der Flüssigkeit (*max.* 10 mm) erreicht wird. Vermeiden Sie Luftblasen im Gefäß.
- Ermitteln Sie die Masse m_2 des gefüllten Dilatometerkolbens.
- Bringen Sie die beiden befüllten Dilatometer bis zum Kolbenhals in die Thermostatflüssigkeit und befestigen Sie diese mit den Klemmen am Stativ (**Vorsicht Glasbruchgefahr!**).
- Lesen Sie bei der Anfangstemperatur (*Temperatur der Thermostatflüssigkeit möglichst Raumtemperatur*) die Anfangshöhe h_0 ab.

Aufgabe 3: Längenänderung eines Metallrohres in Abhängigkeit von der Temperatur

- Bestimmen Sie die Ausgangstemperatur ϑ_0 .
- Verwenden Sie zur Temperaturmessung das am Metallstab angebrachte Widerstandsmessgerät und die am Praktikumsplatz befindliche Umrechnungstabelle.

Justierung der Messuhr:

- Lösen Sie die Feststellung des Außenringes.
- Stellen Sie den Außenring mit „0“-Markierung über den Zeiger.
- Stellen Sie den Außenring wieder fest.
- Eine Umdrehung der Messuhr entspricht einer Längenänderung von $\Delta l = 1 \text{ mm}$.
- Beachten Sie dabei die Drehrichtung!

Hinweis

Arbeiten Sie die **Aufgaben 2 und 3** parallel ab!

- Ändern Sie die Temperatur am Thermostat von $\vartheta = (25 \dots 80)^\circ\text{C}$ in Schritten **von $\Delta T = 5\text{K}$** .
- Warten Sie bei jedem Schritt die Temperaturstabilität ab.
- Messen Sie erst dann die Temperatur der Thermostatflüssigkeit bzw. den Widerstandswert des Temperatursensors am Metallrohr ($\vartheta \sim R^{-1}$).
- Lesen Sie jeweils die sich einstellende Höhe an beiden Volumendilatometern ab (**Aufgabe 2**).
- Bestimmen Sie die Längenänderung mit Hilfe der Messuhr des Längendilatometers (**Aufgabe 3**).

Achtung:

*Einige Flüssigkeiten haben ihren Siedepunkt **bei ca. 60°C**.
Bei Erreichen dieser Temperatur das entsprechende Volumendilatometer
sofort aus dem Thermostat nehmen.
Die Messung mit dem Längendilatometer wird aber **bis 80°C** weitergeführt.*

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Bestimmung mit dem Pyknometer

- Bestimmen Sie die Dichte zweier unbekannter Flüssigkeiten (*Dichte der Vergleichsflüssigkeit Wasser nach Tabelle 3 bekannt*).
- Leiten Sie die dazu benötigte Gleichung eigenständig her!
- Berücksichtigen Sie bei der Bestimmung der Messunsicherheit der Dichte (*absolut und relativ*) die Temperaturabhängigkeit der Wasserdichte.

Aufgabe 2: Bestimmung mit dem Volumendilatometer

- Stellen Sie die Funktion $h = f(\vartheta)$ graphisch dar. Tragen Sie in das Diagramm die lineare Regression, bestimmen Sie daraus die Anstiege und die relativen Messunsicherheiten unter Verwendung von festzulegenden Fehlerbalken.
- Berechnen Sie das Volumen V_D und bestimmen Sie die auftretende Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*). Verwenden Sie dazu die graphisch ermittelten Messunsicherheiten.
- Bestimmen Sie die Volumenausdehnungskoeffizienten γ der Flüssigkeiten und ermitteln Sie ebenfalls die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*) unter Verwendung der Anstiege der Regressionsgeraden.

Aufgabe 3: Bestimmung mit dem Längendilatometer

- Bestimmen Sie unter Verwendung eines Diagramms der Funktion $\Delta l = f(\vartheta)$ den Längenausdehnungskoeffizienten α und ermitteln Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*) unter Verwendung des Anstieges der Regressionsgeraden.

3. Anhang

Fester Stoff	α 10^{-6} K^{-1}
Aluminium	23,6
Blei	29,2
Eisen	12
Flussstahl	11
Invar	1,5 - 2
Messing	18,4
Silber	10,5
V2A-Stahl	16
Stahlbeton	10 - 15
Gips	25

Fester Stoff	α 10^{-6} K^{-1}
Zinn	27
Graphit	7,9
Holz, längs zur Faser	8
Porzellan	3
Kupfer	16,5
Geräteglas 20	4,8
Normalglas 16	8,2
Thermometerglas	6,0
Quarzglas	0,55
Ziegel	3

Tabelle 1: Mittlerer Längenausdehnungskoeffizient α von festen Stoffen zwischen (-20 und 100) $^{\circ}\text{C}$

Flüssigkeiten	γ 10^{-3} K^{-1}
Äthanol	1,10
Aceton	1,49
Benzol	1,23
Diäthyläther	1,62
Quecksilber	0,182
Toluol	1,11

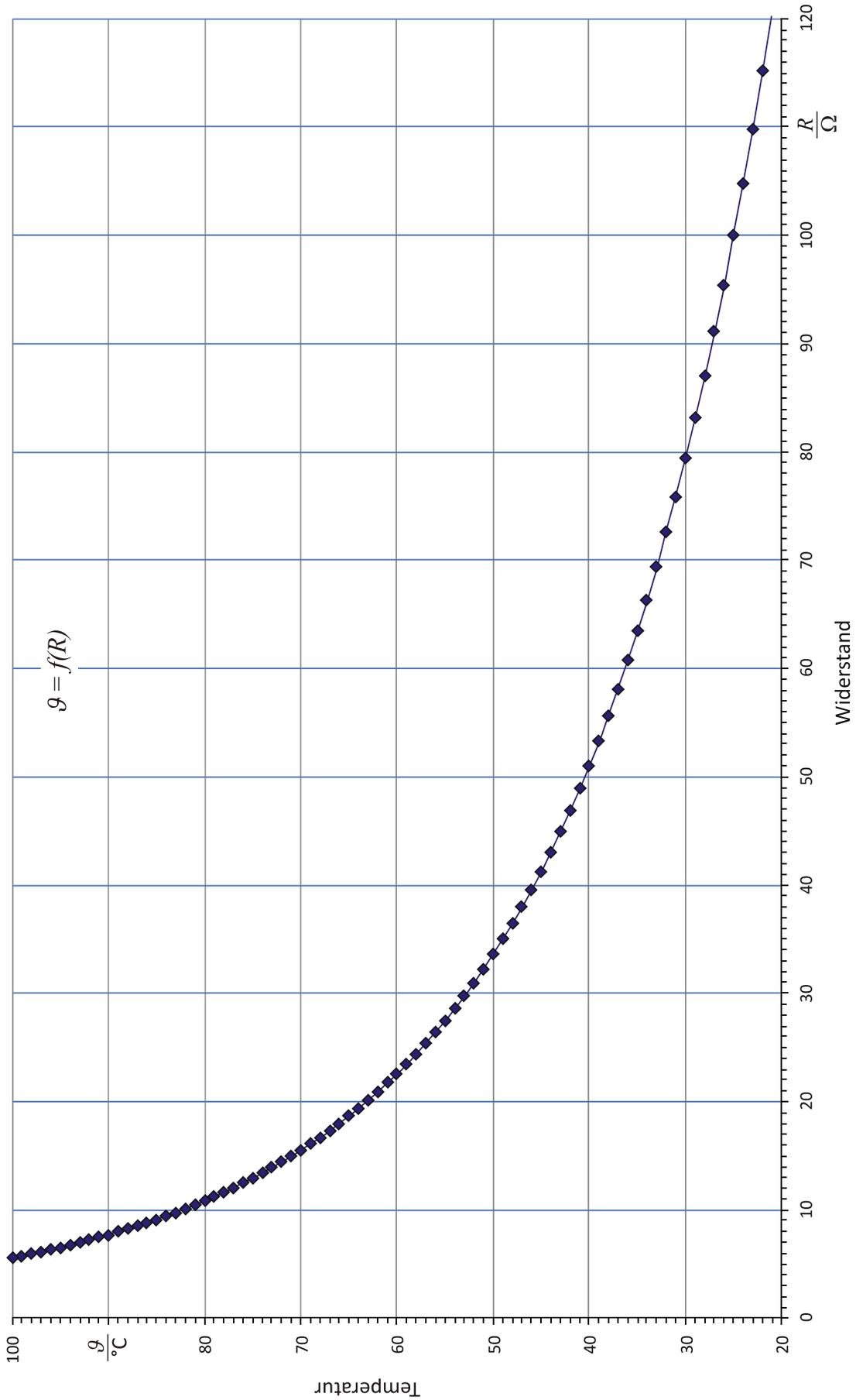
Flüssigkeiten	γ 10^{-3} K^{-1}
Glycerin	0,50
n-Hexan	1,35
Methanol	1,2
n-Pentan	1,6
Tetrachlorkohlenstoff	1,23
Wasser	0,18

Tabelle 2: Volumenausdehnungskoeffizient γ von Flüssigkeiten bei 20°C

ϑ $^{\circ}\text{C}$	ρ g/cm^3	ϑ $^{\circ}\text{C}$	ρ g/cm^3	ϑ $^{\circ}\text{C}$	ρ g/cm^3	ϑ $^{\circ}\text{C}$	ρ g/cm^3
0	0,99984	12	0,999500	24	0,997300	60	0,9832
1	0,99990	13	0,999377	25	0,997047	65	0,9806
2	0,99994	14	0,999243	26	0,996785	70	0,9778
3	0,99996	15	0,999100	27	0,996515	75	0,9749
4	0,99997	16	0,998943	28	0,996234	80	0,9718
5	0,99996	17	0,998775	29	0,995945	85	0,9686
6	0,99994	18	0,998596	30	0,995648	90	0,9653
7	0,99990	19	0,998406	35	0,9940	95	0,9619
8	0,99985	20	0,998205	40	0,9922	100	0,9583
9	0,99978	21	0,997994	45	0,9902		
10	0,99970	22	0,997771	50	0,9880		
11	0,99961	23	0,997540	55	0,9857		

Tabelle 3: Abhängigkeit der Dichte des Wassers von der Temperatur

Temperatur-Widerstandsdiagramm eines Thermistors



R k Ω	ϑ $^{\circ}\text{C}$	R k Ω	ϑ $^{\circ}\text{C}$	R k Ω	ϑ $^{\circ}\text{C}$
207,85	10	51,05	40	15,50	70
197,56	11	48,91	41	14,95	71
187,84	12	46,86	42	14,41	72
178,65	13	44,92	43	13,90	73
169,95	14	43,06	44	13,41	74
161,73	15	41,29	45	12,93	75
153,95	16	39,61	46	12,48	76
146,58	17	38,00	47	12,04	77
139,61	18	36,46	48	11,63	78
133,00	19	34,99	49	11,22	79
126,74	20	33,59	50	10,84	80
120,81	21	32,25	51	10,47	81
115,19	22	30,98	52	10,11	82
109,85	23	29,76	53	9,77	83
104,80	24	28,59	54	9,44	84
100,00	25	27,48	55	9,12	85
95,45	26	26,41	56	8,82	86
91,13	27	25,39	57	8,52	87
87,02	28	24,42	58	8,24	88
83,12	29	23,48	59	7,97	89
79,42	30	22,59	60	7,71	90
75,90	31	21,74	61	7,46	91
72,56	32	20,92	62	7,21	92
69,38	33	20,14	63	6,98	93
66,36	34	19,39	64	6,76	94
63,48	35	18,67	65	6,54	95
60,74	36	17,98	66	6,33	96
58,14	37	17,32	67	6,13	97
55,66	38	16,69	68	5,94	98
53,30	39	16,08	69	5,75	99
51,05	40	15,50	70	5,57	100

Tabelle 4: Wertetabelle des Widerstands-Temperatur Diagramms für Thermistor (GA100K6A1B \pm 0,1K)