

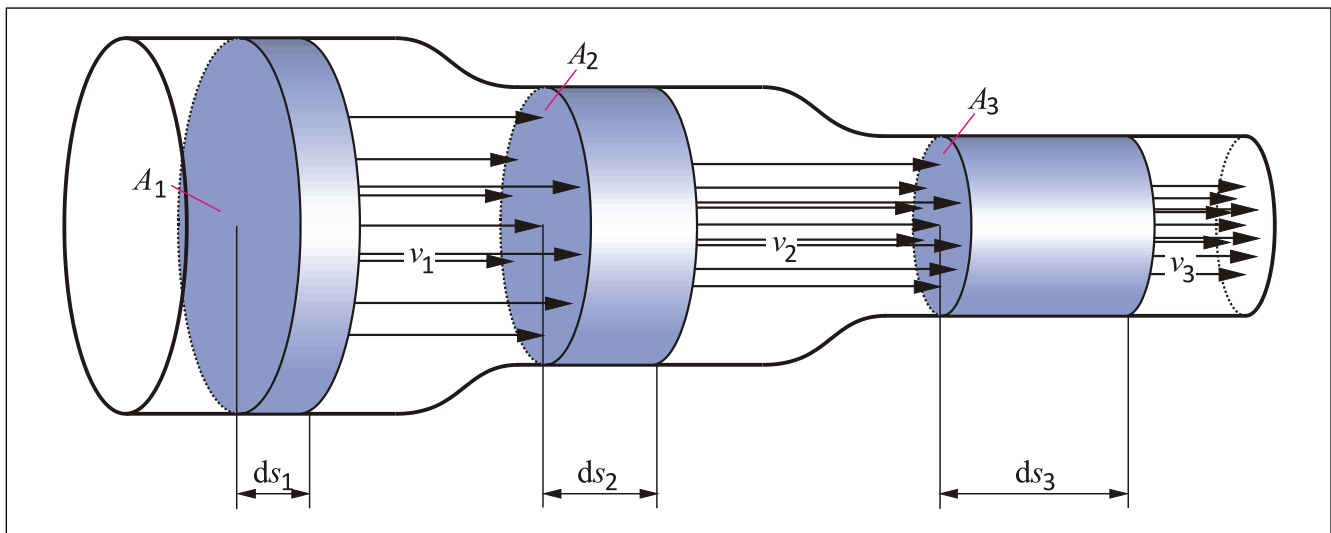
Die Abhängigkeiten von Druck und Strömungsgeschwindigkeit in einer Luftströmung sowie die Kraftwirkung auf Körper in dieser Luftströmung sollen veranschaulicht werden.

## 1. Theoretische Grundlagen

### 1.1 Strömende Flüssigkeiten (Hydrodynamik) und Gase (Aerodynamik)

Strömende Flüssigkeiten und Gase sind Gegenstand der **Strömungsmechanik**. Diese beschreibt den **Transport von Fluiden** (Flüssigkeiten oder Gasen) aufgrund der Schwerkraft oder von Druckdifferenzen unter Berücksichtigung der **Viskosität** (Reibung). In der Hydrodynamik werden die inkompressiblen (*Dichte  $\rho = \text{konst.}$* ) und in der Aerodynamik die kompressiblen Strömungen untersucht. Auch Gase sind näherungsweise inkompressibel, wenn ihre Strömungsgeschwindigkeit höchstens ein Drittel der Schallgeschwindigkeit beträgt (in Luft: ca.  $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Die Strömungsmechanik kann je nach Berücksichtigung der Reibung in die Strömung idealer Fluide (*reibungsfrei*) und in die Strömung realer Fluide eingeteilt werden.

### 1.2 Grundgleichungen von Strömungen idealer, inkompressibler Fluide



**Bild 1:** Konstanz des Volumenstromes

Bei einer stationären Strömung mit der Geschwindigkeit  $v$  muss der Volumenstrom

$$\dot{V} = A \cdot \frac{ds}{dt} = A \cdot v$$

durch jede Querschnittsfläche  $A$  konstant sein:

$$\dot{V} = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad (1)$$

Dies nennt man die **Kontinuitätsgleichung** für inkompressible Strömungen: in Verengungen muss die Strömung schneller sein (**Bild 1**).

Um ein Fluidvolumen

$$\Delta V_1 = A_1 \cdot \Delta s_1$$

durch die Querschnittsfläche  $A_1$  in die Strömungsröhre einzubringen, muss vom dort herrschenden Druck  $p_1$  die Arbeit

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1 = p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta s_1 = p_1 \cdot \Delta V_1$$

aufgebracht werden. Wegen der Inkompressibilität tritt bei  $A_2$  dann ein gleich großes Volumen

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

aus und verrichtet gegen  $p_2$  die Arbeit

$$W_2 = F_2 \cdot \Delta s_2 = p_2 \cdot A_2 \cdot \Delta s_2 = p_2 \cdot \Delta V_2 .$$

Diese Arbeiten müssen sich unterscheiden, und zwar um den Betrag der kinetischen Energie, der dem durchgeschobenen Volumenelement zugeführt werden muss ( $v_2 > v_1$  falls  $A_2 < A_1$ ), bzw. den es abgibt:

$$\begin{aligned} W_1 - W_2 &= p_1 \cdot \Delta V_1 - p_2 \cdot \Delta V_2 \\ &= (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \\ &= \frac{1}{2} \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned}$$

Überall in einem strömenden, idealen Fluid gilt also die **Bernoullische Gleichung**:

$$p_{ges} = p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 = \text{konst.} \quad (2)$$

Der statische Druck  $p_{stat}$  ist der Druck, der durch das umgebende Medium erzeugt wird. Der dynamische oder Staudruck  $p_{dyn}$  beschreibt die kinetische Energie der Strömung und wird wie folgt dargestellt:

$$p_{dyn} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2. \quad (3)$$

Ihre Differenz ist der Gesamtdruck  $p_{ges}$

$$p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn}. \quad (4)$$

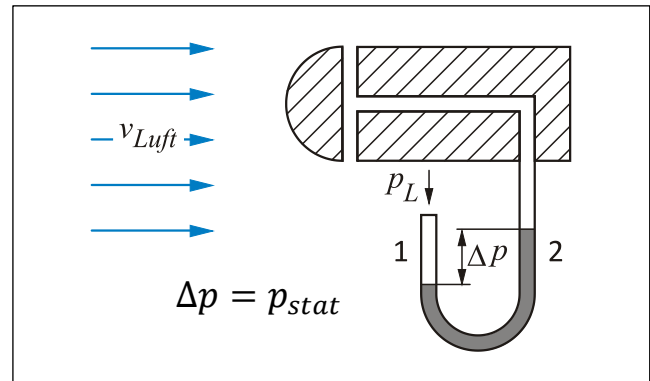
### 1.3 Druckmessung

Zur Messung der einzelnen Druckarten, die auf einen Körper in einer Strömung entsprechend Gleichung (2) wirken können, sind spezielle Messsonden entwickelt worden.

#### 1.3.1 Drucksonde

Befindet sich in der strömenden Luft eine entsprechend **Bild 2a** geformte Drucksonde, so ergeben sich an den markierten Stellen folgende Druckverhältnisse:

Auf den mit der **Ziffer 1** gekennzeichneten linken Schenkel des Flüssigkeitsmanometers wirkt der Luftdruck  $p_L$ . Die tangential an der Messsonde vorbeiströmende Luft bewirkt einen Sog am zweiten Schenkel des Manometers (**Ziffer 2**). Somit kann der statische Druck  $p_{stat}$  gemessen werden.

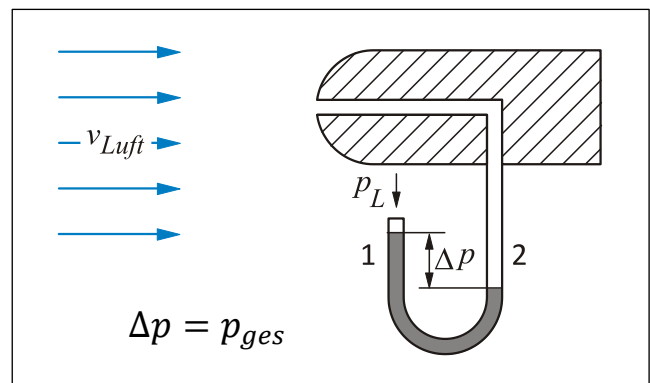


**Bild 2a:** Drucksonde zur Messung des statischen Druckes  $p_{stat}$

#### 1.3.2 Pitot-Rohr

Im Pitot-Rohr (**Bild 2b**) wird die Luft, die durch eine in Strömungsrichtung verlaufende Öffnung eintreten kann, gestaut ( $v=0$ ). Damit ergibt sich aus der abzulesenden Höhendifferenz der Gesamtdruck

$$p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn}$$



**Bild 2b:** Pitot-Rohr zur Messung des Gesamtdruckes

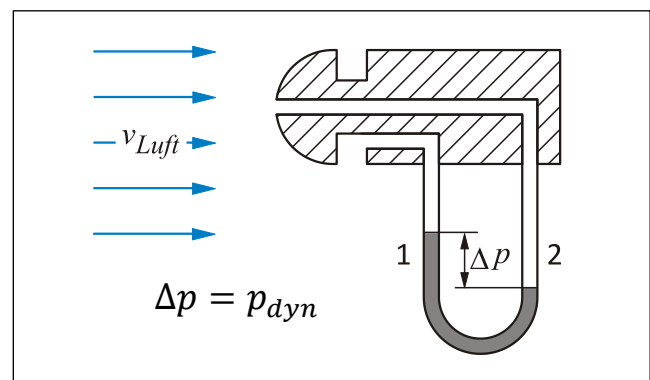
#### 1.3.3 Prandtl'sches Staurohr

Eine Kombination aus Drucksonde und Pitot-Rohr ermöglicht die Bestimmung des Staudruckes als Differenzmessung vom Gesamtdruck  $p_{ges}$  und dem statischen Druck  $p_{stat}$  (**Bild 2c**).

Aus diesem Staudruck kann sofort die Strömungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \frac{p_{dyn}}{\rho}}$$

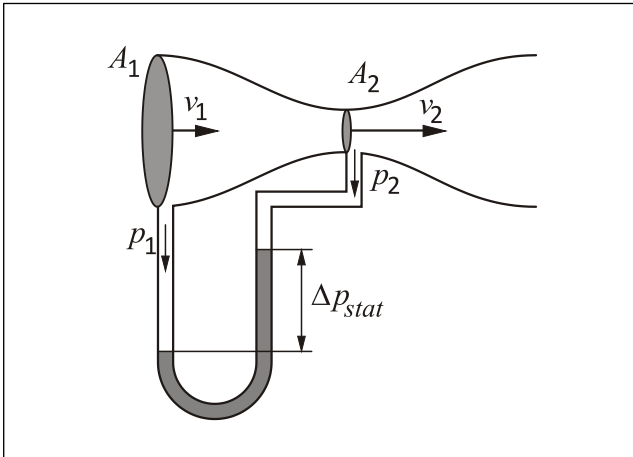
bestimmt werden. Am Manometer befindet sich für diese Messvariante eine Geschwindigkeitsskala.



**Bild 2c:** Prandtl'sches Staurohr zur Bestimmung des dynamischen Druckes

## 1.4 Volumenstrommessung

Im Experiment wird zur Volumenstrombestimmung das Venturi-Rohr (*Venturi-Düse*) verwendet. Dieses gestattet, an zwei Stellen mit unterschiedlichem Querschnitt die Differenz der statischen Drücke zu messen (**Bild 3**). Daraus sind die Strömungsgeschwindigkeit und der Volumenstrom bestimmbar.



**Bild 3:** Venturi-Rohr

Nach Bernoulli gilt:

$$\Delta p_{stat} = p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2).$$

Aus der Gleichung (1) folgt:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2}.$$

Für  $v_2$  eingesetzt ergibt das:

$$\begin{aligned} \Delta p_{stat} &= \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A_1^2}{A_2^2} \cdot v_1^2 - v_1^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right) \end{aligned}$$

Somit errechnet sich  $v_1$  aus:

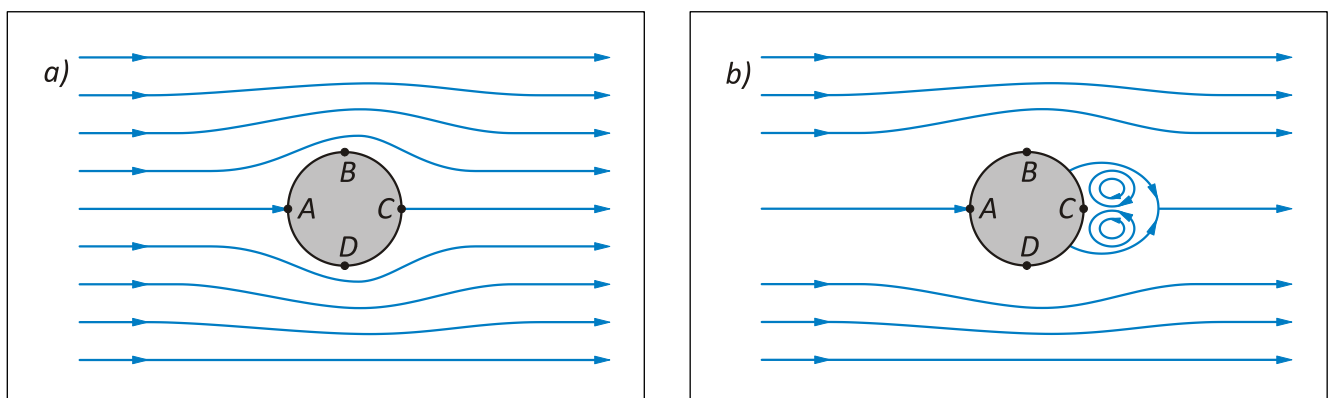
$$v_1 = \sqrt{2 \frac{\Delta p_{stat}}{\rho \cdot \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}} \quad (5)$$

und der Volumenstrom bestimmt sich gemäß  $\dot{V} = A \cdot v = A_1 \cdot v_1$  zu

$$\dot{V} = A_1 \cdot \sqrt{2 \frac{\Delta p_{stat}}{\rho \cdot \left( \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right)}} \quad (6)$$

## 1.5 Umströmen von Körpern

Während bei einer **laminaren Strömung** die Geschwindigkeitsvektoren der Fluide annähernd parallel verlaufen, ändern sich in der **turbulenten Strömung** die Geschwindigkeitsvektoren ursprünglich benachbarter Teilchen ständig nach Richtung und Größe. Die Teilchen driften auseinander, die Strömung ist verwirbelt. Streng genommen ist eine turbulente Strömung deshalb immer instationär. Als stationär



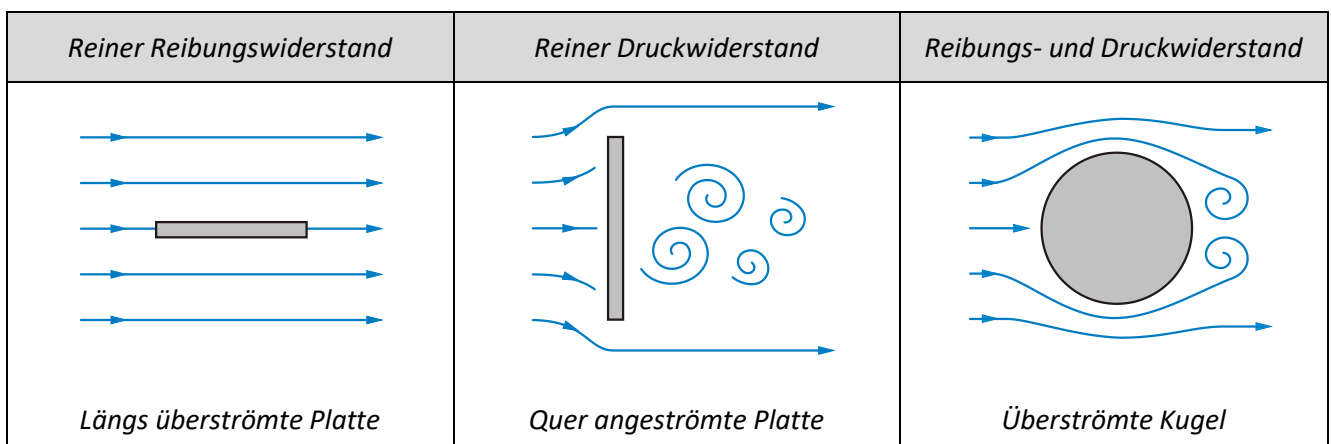
**Bild 4:** Umströmen zylindrischer Körper a) reibungsfreie Strömung b) reibungsbehaftete Strömung

wird sie angesehen, wenn die über den Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit von der Zeit unabhängig ist.

Eine **Wirbelbildung** tritt auf, wenn sich die zunächst laminar strömenden Schichten ablösen. Die Entstehung von Wirbeln kann modellmäßig erklärt werden. **Bild 4a** zeigt den reibungsfreien Idealfall. Während an den Punkten A und C die Strömungsgeschwindigkeit  $v=0$  und deshalb nach der Bernoulli-Gleichung der statische Druck maximal ist, wird an den Punkten B und D die Geschwindigkeit am größten ( $v = v_{max}$ ) und deshalb der Druck am geringsten. Ohne Wirkung einer Reibungskraft werden die Flüssigkeitsteilchen von A nach B beschleunigt und durch die zunehmende Druckkraft von B nach C auf  $v=0$  wieder abgebremst; entsprechendes gilt für den Weg ADC. Unter der Wirkung von Reibungskräften in der sogenannten **Grenzschicht** werden die Fluidteilchen jedoch vor dem Punkt C zur Ruhe kommen. Dadurch wird eine Drehbewegung eingeleitet, und es bildet sich hinter dem Zylinder ein Wirbelpaar mit entgegengesetztem Drehsinn (**Bild 4b**). Die Wirbel lösen sich ab und werden mit der äußeren Strömung mitgenommen. Es bildet sich eine Wirbelstraße. Zu ihrer Aufrechterhaltung ist eine ständige Arbeitsleistung erforderlich, die sich im **Strömungswiderstand** äußert.

Die gesamte Widerstandskraft  $F_W$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen (**Bild 5**):

1. Reibungswiderstandskraft  $F_R$  durch bloße Grenzschichtreibung,
2. Druckwiderstandskraft  $F_D$  durch Wirbelbildung.



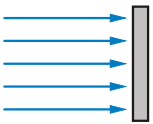
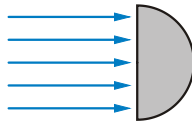
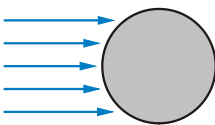
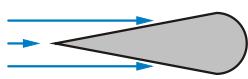
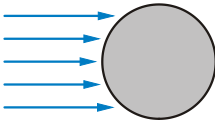
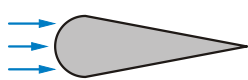
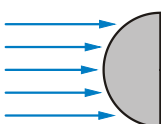
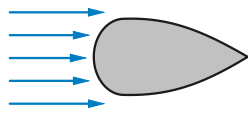
**Bild 5:** Widerstände bei Strömungen

Für  $F_W$  ergibt sich eine quadratische Zunahme mit der Geschwindigkeit  $v$ :

$$F_W = F_R + F_D = c_W \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (7)$$

$A$ : Querschnittsfläche des Körpers senkrecht zur Strömungsrichtung  
 $\rho$ : Dichte des strömenden Mediums

Der Proportionalitätsfaktor  $c_W$  in der Gleichung (7) ist dimensionslos und wird **Widerstandsbeiwert** genannt. Widerstandsbeiwerte für verschiedene Körper sind in **Bild 6** zusammengestellt. Sie werden experimentell ermittelt und hängen innerhalb gewisser Grenzen auch von  $v$  ab.

<p><i>Platte</i></p> 	1,1 ... 1,3	<p><i>Halbkugel (hinten)</i></p> 	mit Boden 1,2 ohne Boden 1,3
<p><i>Zylinder</i></p> 	0,6 ... 1,0	<p><i>Kegel mit Halbkugel</i></p> 	0,16 ... 0,2
<p><i>Kugel</i></p> 	0,3 ... 0,4	<p><i>Halbkugel mit Kegel</i></p> 	0,07 ... 0,09
<p><i>Halbkugel (vorn)</i></p> 	mit Boden 0,4 ohne Boden 0,34	<p><i>Stromlinienkörper</i></p> 	0,055

**Bild 6:** Beispiele für Widerstandsbeiwerte unterschiedlicher Körper

## 2. Versuch

### 2.1 Vorbetrachtung

**Aufgabe:** Für eine Scheibe und eine Kugel gleicher Abmessung ( $r=5\text{cm}$ ) sollen mit Hilfe eines Windkanals die  $c_W$ -Werte bei einer Windgeschwindigkeit von  $v=10\text{ m/s}$  bestimmt werden. Dabei wurden für die Scheibe eine Widerstandskraft von  $F_{W(1)}=610\text{ mN}$  und für die Kugel  $F_{W(2)}=150\text{ mN}$  gemessen. (Luftdichte  $\rho_L=1,29\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )

Wie groß sind die  $c_W$ -Werte?

### 2.2 Versuchsdurchführung

#### 2.2.1 Verwendete Geräte

Saug- und Druckgebläse, Windkanal, Feinmanometer, Kraftmesser, Venturi-Rohr, Widerstandskörper

#### 2.2.2 Versuchshinweise

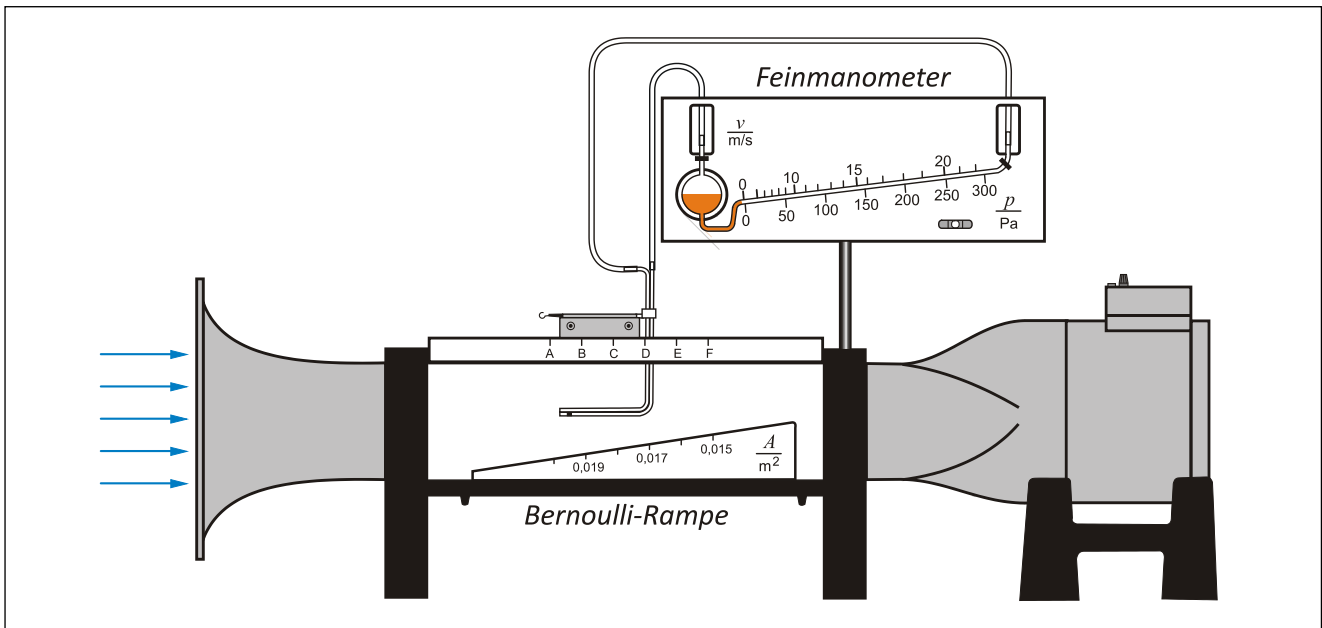
**Hinweis:**

Für **Aufgabe 2** sind einige Umbauten am Versuchsstand vorzunehmen.

Daher wird empfohlen nach der **Aufgabe 1** zunächst die **Aufgabe 3** und zum Schluss erst die **Aufgabe 2** durchzuführen!

**Aufgabe 1:** Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft bei veränderlichem Strömungsquerschnitt

- Überprüfen Sie den Versuchsaufbau entsprechend **Bild 7**.



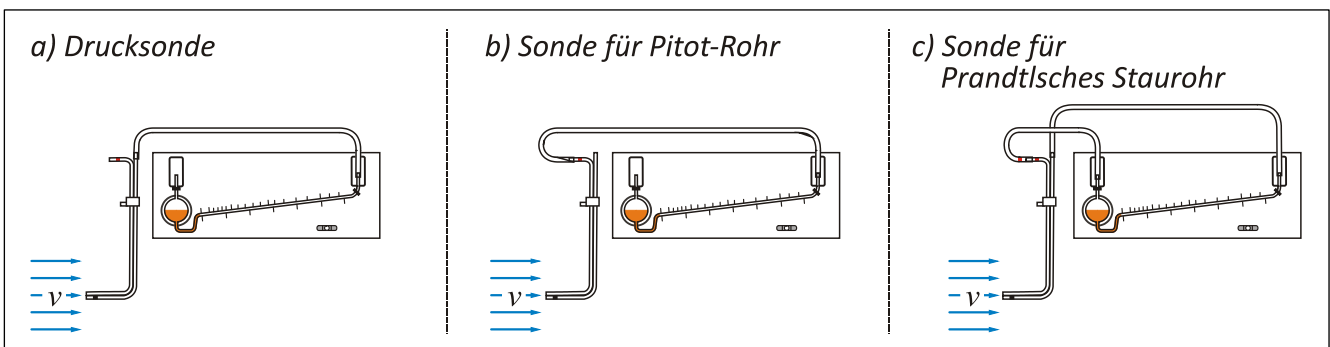
**Bild 7:** Versuchsaufbau **Aufgabe 1**

### Vorbereitung des Feinmanometers zur Messung:

- Benetzen Sie die Kapillare mit Manometerflüssigkeit durch vorsichtiges Kippen des Manometers.
- Richten Sie das Manometer horizontal aus.

### Messsonde mit Feinmanometer:

- als Drucksonde (siehe **Abschnitt 1.3.1**)
- als Pitot-Rohr (siehe **Abschnitt 1.3.2**)
- als Prandtl'sches Staurohr (**Abschnitt 1.3.3**)



**Bild 8:** Aufbaumöglichkeiten für die Druckmessungen

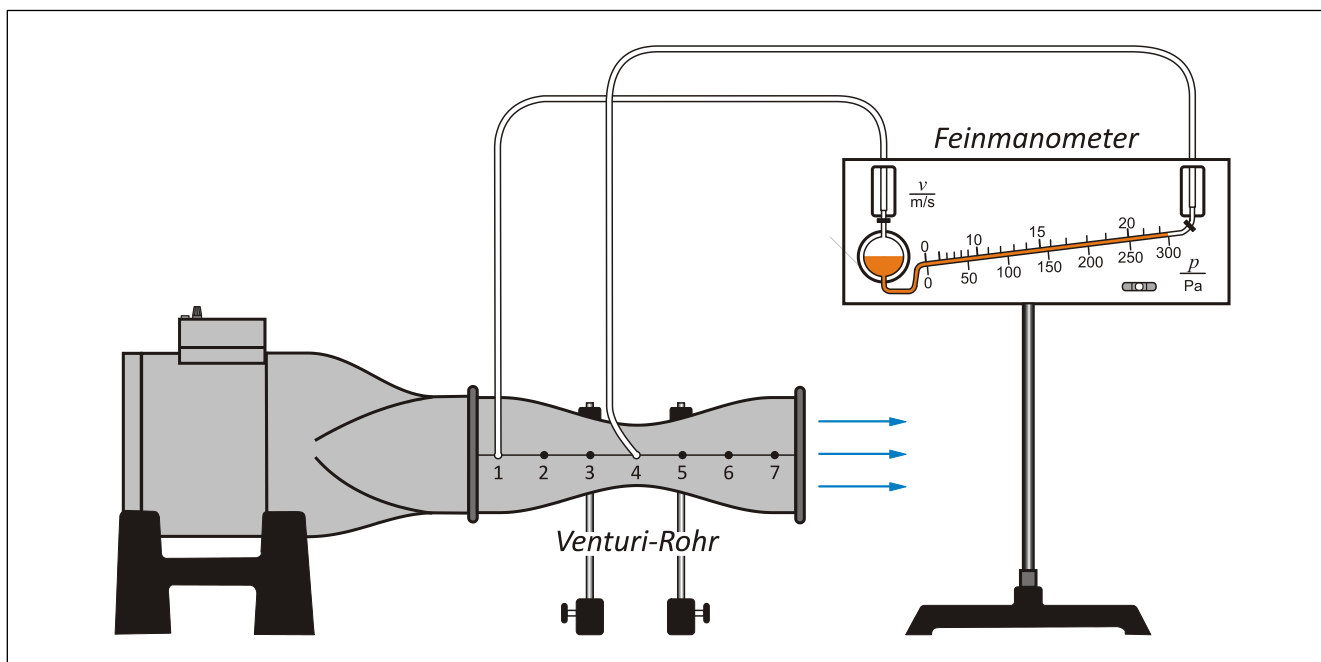
- Messen Sie mit dem Feinmanometer die Druckdifferenzen (in den ersten beiden Fällen die Differenz zum Luftdruck).
- Beachten Sie die Richtung der zu erwartenden Druckänderung beim Anschluss des Feinmanometers (Der Luftdruck wird am Raumbarometer abgelesen!).
- Stellen Sie das Gebläse (Saugseite benutzen!) auf **maximale Leistung** und schalten Sie es ein.
- Nehmen Sie jeweils eine Messreihe entsprechend der vorgegebenen Querschnittsmarkierungen auf.

### Hinweis:

Die Vorderkante des Messwagens markiert die Messstelle!  
Die Restschlitzfläche unbedingt gut abdecken!

**Aufgabe 2:** Bestimmung eines Volumenstromes bei **drei** verschiedenen Gebläsestärken unter Verwendung eines Venturi-Rohres

- Bauen Sie den Versuchsaufbau entsprechend **Bild 9** um (*Hilfestellung durch Laborpersonal*).



**Bild 9:** Versuchsaufbau **Aufgabe 2**

- Stellen Sie das Gebläse auf **minimale Drehzahl** und schalten Sie es erst dann ein. (*Bei zu hoher Strömungsgeschwindigkeit wird Manometerflüssigkeit vom Venturi-Rohr angesaugt und zerstäubt*).
- Bestimmen Sie die Druckdifferenz  $\Delta p$  zwischen den **Messstellen 1-2; 1-3; 1-4; 1-5; 1-6; 1-7**.
- Die **Messstelle 4** ist die engste Stelle am Venturi-Rohr, somit ist auch hier die größte Druckdifferenz zu erwarten. Aus diesem Grund stecken Sie die Messschläuche auf die **Messstellen 1 und 4**.
- Regeln Sie nun **langsam** das Gebläse auf eine höhere Drehzahl und beobachten Sie das Feinmanometer.

**Hinweis:**

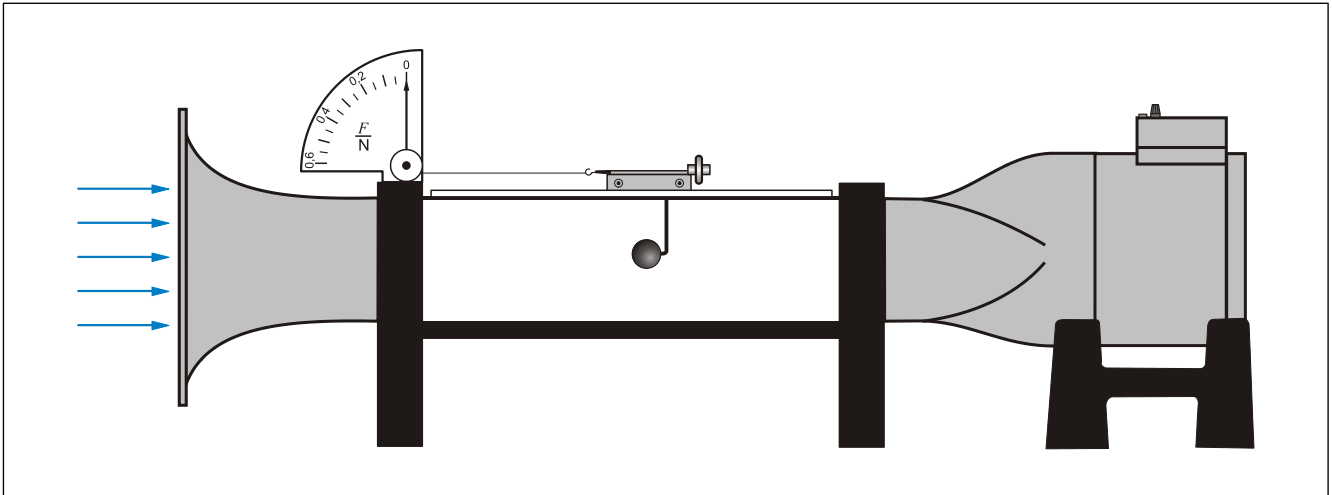
*Immer den Einschwingvorgang abwarten!*

- Stellen Sie die Druckdifferenz auf ca.  **$\Delta p = 300 \text{ Pa}$**  ein und ändern Sie diese während der Messung nicht mehr.
- Beginnen Sie nun die Druckdifferenzmessung.
- Messen Sie nun die Druckdifferenz der anderen Messstellen.
- Führen Sie **zwei** weitere Messungen durch ( **$\Delta p = (200 \dots 150) \text{ Pa}$  und  $(50 \dots 100) \text{ Pa}$** ).



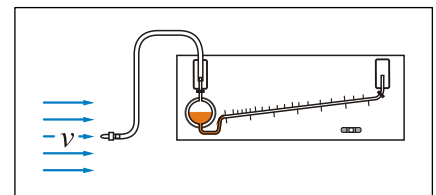
**Aufgabe 3:** Nachweis der Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Körperform durch die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes verschiedener Körper

- Bauen Sie den Windkanal entsprechend **Bild 10** um (*Hilfestellung durch Laborpersonal*).



**Bild 10:** Versuchsaufbau **Aufgabe 3**

- Ersetzen Sie die Bodenrampe durch das Bodenbrett.
- Nehmen Sie die Laufschiene ab.
- Montieren Sie den Winkelhalter unter den Messwagen und verbinden Sie den Widerstandskraftmesser (*Faden*) mit dem Messwagen.
- Stellen Sie das Gebläse auf maximale Leistung ein.
- Bestimmen Sie vor dem Aufstecken der Widerstandskörper die Strömungsgeschwindigkeit  $v$ .
- Nehmen Sie die Messsonde wieder aus dem Luftstrom.
- Stecken Sie das Gegengewicht auf und decken Sie sorgfältig die Schlitz ab.
- Stecken Sie die sieben verschiedenen Widerstandskörper auf und bestimmen Sie die jeweilige Widerstandskraft  $F_W$ .
- Als achter Widerstandskörper dient ein Automodell. Bringen Sie es mit dem Halter an und bestimmen Sie ebenfalls die Widerstandskraft  $F_W$ .
- Messen Sie den Durchmesser der Widerstandskörper und schätzen Sie die Widerstandsfläche des Automodells ab.
- Kontrollieren Sie, ob Sie den Luftdruck gemessen haben.



**Bild 11:** Messung der Strömungsgeschwindigkeit

## 2.3 Versuchsauswertung

**Aufgabe 1:** Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit von Luft bei veränderlichem Strömungs-querschnitt

- als Drucksonde (*siehe Abschnitt 1.3.1*)
- als Pitot-Rohr (*siehe Abschnitt 1.3.2*)
- als Prandtl'sches Staurohr (**Abschnitt 1.3.3**)

- Berechnen Sie aus den mit der Drucksonde (**a**) und dem Pitot-Rohr (**b**) erhaltenen Messwerten die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  (*Luftdichte:  $\rho_L = 1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$* ).
- Bestimmen Sie ebenfalls aus den mit dem Prandtl'schen Staurohr (**c**) erhaltenen Messwerten die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und vergleichen Sie diese mit denen von (**a**) und (**b**).
- Weisen Sie anhand einer graphischen Darstellung des Produktes  $A \cdot v = f(A)$  die Kontinuitätsgleichung (1) nach und bestimmen Sie die entstandene Messunsicherheit.
- Stellen Sie in einem Diagramm die mittels Prandtl'schen Staurohrs berechnete Geschwindigkeit  $v$  als Funktion des veränderlichen Strömungsquerschnittes ( $v = f(A)$ ) graphisch dar und bestimmen Sie die relative Messunsicherheit.

**Aufgabe 2** Bestimmung eines Volumenstromes bei **drei** verschiedenen Gebläsestärken unter Verwendung eines Venturi-Rohres

- Stellen Sie in einem Diagramm die Druckdifferenz  $\Delta p$  in Abhängigkeit von den **Messstellen 2...7** zur **Messstelle 1** graphisch dar.
- Diskutieren Sie die Ergebnisse.
- Berechnen Sie den Volumenstrom  $\dot{V}$  nach der Gleichung (4) aus der Druckdifferenz zwischen den Messstellen 1 und 4 (*geg. Werte für  $d_1$  und  $d_4$  am Versuchsplatz, Luftdichte  $\rho_L = 1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$* ).

**Aufgabe 3:** Nachweis der Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Körperform durch die Bestimmung des Widerstandsbeiwertes verschiedener Körper

- Berechnen Sie die Widerstandsbeiwerte nach der Gleichung (7) und bestimmen Sie die Messunsicherheit (*Fehlerbetrachtung*).
- Vergleichen Sie die Ergebnisse mit Tabellenwerten (*siehe Bild 6*), diskutieren Sie die Ergebnisse.