M02 Physikalisches Praktikum	Dichtebestimmung von Luft, Luftfeuchte	b-tu Brandenburgische Technische Universität Cottbus · Senftenberg

Durch Wägung werden Masse und Volumen der Luft in einem Glaskolben bestimmt und unter Berücksichtigung des Luftdrucks und der Luftfeuchtigkeit die Luftnormdichte berechnet.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Luftdichte

Bei Gasen ist die Beweglichkeit ihrer Moleküle größer als bei Flüssigkeiten, denn es bestehen fast keine Kräfte mehr, die zwei Moleküle gegenseitig zusammenhalten oder an einen bestimmten Ort binden. Daher füllt eine Gasmenge jeden zur Verfügung gestellten Raum ganz aus. Sie kann aber nur in einem abgeschlossenen Behälter zusammengehalten werden. Auf diese Wände übt die Gasmenge einen Druck aus. Das Volumen eines Gases ist also nicht durch die Gasmenge selbst, sondern auch durch ihren Behälter bestimmt.

(*Zum Nachdenken: Wodurch wird das „Gefäß“ für die Lufthülle der Erde gebildet?*)

Eine Gasmenge hat somit eine bestimmte Masse m, aber weder eine bestimmte Gestalt noch ein bestimmtes Volumen V.
Weil der Rauminhalt der Gase vom Druck und der Temperatur abhängt, sind Dichteangaben in Tabellen stets für den Normzustand angegeben, bei dem der Druck $p_N = 1{,}013$ bar und die Temperatur $\vartheta_N = 0\,°\mathrm{C}$ betragen.

Aus der Definition der Dichte ergibt sich:

$$\varrho = \frac{m}{V} \qquad [\varrho] = \mathrm{kg \cdot m^{-3}} \tag{1}$$

die natürlich auch für Gase gilt, erhält man die Luftnormdichte ϱ_0 unter Verwendung der Zustandsgleichung für ideale Gase z.B. in folgenden ***drei Schritten***:

Schritt 1: Berücksichtigung des Wasserdampfpartialdruckes p_W (siehe ***Abschnitt 1.2***)

Die Masse der feuchten Luft (*Index* fL) im Volumen V setzt sich zusammen aus der Masse der trockenen Luft (*Index* tL) und der des Wassers (*Index* W):

$$m_{fL} = m_{tL} + m_W \tag{2}$$

Division durch V liefert die Gesamtdichte als Summe von Partialdichten:

$$\varrho_{fL} = \varrho_{tL} + \varrho_W \tag{3}$$

Bei gleichem Druck enthalten gleiche Volumina gleiche Teilchenanzahlen. Bei feuchter Luft ist ein Teil der schweren *„Luftmolekül“* durch leichte Wassermoleküle ersetzt worden. Deshalb ist bei gleichem Gesamtdruck die Dichte feuchter Luft kleiner als die der trockenen Luft.

Mit Einführung der Partialdrücke p_{tL} und p_W gilt:

$$p_{fL} = p_{tL} + p_W \tag{4}$$

Unter Verwendung der Zustandsgleichung idealer Gase gilt:

$$p \cdot T = n \cdot R_0 \cdot T, \tag{5}$$

p: Druck
V: Volumen
n: Anzahl der Mole im Volumen V
T: absolute Temperatur
R_0=8,314 J·mol^{-1}·K^{-1} *(allgemeine Gaskonstante)*

wobei sich die Anzahl der Mole aus der tatsächlichen Masse m und der Masse M eines Mols ergibt. Also schreibt man

$$n = \frac{m}{M} \tag{6}$$

und erhält so

$$\varrho_{tL} = \frac{M_{tL} \cdot p_{tL}}{R_0 \cdot T} \quad (7) \qquad \text{und} \qquad \varrho_W = \frac{M_W \cdot p_W}{R_0 \cdot T}\,. \tag{8}$$

Hinweis: *Trockene Luft besteht in guter Näherung zu 22% aus O_2 (M=2·16 g·mol^{-1}), und zu 78% aus N_2 (M=2·14 g·mol^{-1}), daher ist M_{tL}=29 g·mol^{-1}. Für Wasser ist M_W=18 g·mol^{-1}.*

Diese Werte in Gleichung (7) und (8) eingesetzt, ergeben mit Gleichung (3) für die Dichte der trockenen Luft bei der Temperatur T.

$$\varrho_{tL} = \varrho_{fL} \cdot \left(1 - \frac{18 p_W}{29 p_{tL} + 18 p_W}\right). \tag{9}$$

Schritt 2: Berücksichtigung der Lufttemperatur T [K]

Nach Gleichung (7) erhält man für die Dichte der trockenen Luft bei T_0=273 K und Normaldruck p_0=1,013 bar (*aus der Dichte ϱ_{tL} bei der Temperatur T*):

$$\varrho_{0,tL} = \varrho_{tL} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_{tL}} \tag{10}$$

und mit Gleichung (9)

$$\varrho_{0,tL} = \varrho_{fL} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_{tL}} \cdot \left(1 - \frac{18 p_W}{29 p_{tL} + 18 p_W}\right). \tag{11}$$

Schritt 3: Berücksichtigung des Luftdrucks p_{fL}:

Die Gleichung (4) eingesetzt in Gleichung (11) ergibt die Endgleichung:

$$\boxed{\varrho_{0,tL} = \varrho_{fL} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p_{fL}} \cdot \left(\frac{29 p_{fL}}{29 p_{fL} - 11 p_W}\right).} \tag{12}$$

1.2 Luftfeuchtigkeit und Taupunkt

Die Luft der Atmosphäre enthält zu einem gewissen Anteil auch Wasser in Form von Wasserdampf. Der Dampf ist meistens ungesättigt. Durch Messung des Taupunktes lassen sich jedoch der Partialdampfdruck des Wassers und damit der Wassergehalt der Luft bestimmen.

Da Wasser einen von der Temperatur $[\vartheta]$=°C abhängigen Dampfdruck $p_S(\vartheta)$ besitzt, bildet sich im ungestörten Zustand über dem Wasser ein Gasgemisch, dessen Wasserdampfpartialdruck p_W dem Dampfdruck des Wassers entspricht:

$$p_W = p_S(\vartheta).$$

Wegen der Luftbewegung der Atmosphäre und der Temperaturschwankungen stellt sich dieser Gleichgewichtszustand jedoch in der Realität nie ein, meistens ist die Luft nur zu einem Teil mit Wasserdampf gesättigt. Man bezeichnet den Quotienten aus dem tatsächlichen Dampfdruck p_W und dem Sättigungsdampfdruck p_S bei der herrschenden Temperatur ϑ als relative Luftfeuchtigkeit f:

$$f = \frac{p_W}{p_S} \cdot 100\% \,.$$

Da die Dampfdruckkurve von Wasser bekannt ist, ergibt sich der Sättigungsdampfdruck aus der Temperatur ϑ (Anhang ***Tabelle 2***).

Den Partialdampfdruck p_W bestimmt man dadurch, dass man eine verspiegelte Fläche solange abkühlt, bis der zur Oberflächentemperatur gehörige Dampfdruck dem Partialdampfdruck entspricht und der Wasserdampf an der gekühlten Fläche kondensiert. Man bezeichnet diese Temperatur ϑ_T als den Taupunkt des Gasgemisches. Aus der Taupunkttemperatur ergibt sich die relative Luftfeuchtigkeit auch zu

$$f = \frac{p_S(\vartheta_T)}{p_S(\vartheta)} \cdot 100\% \,. \tag{13}$$

2. Versuch

2.1 Versuchsvorbereitung

Aufgabe: Weisen Sie die Richtigkeit der Gleichung (9) und (12) nach.

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Vakuumpumpe, Digital-Vakuummeter, Dreiwegehahn, 3 Glaskugeln mit je zwei Hähnen, Waage, Thermometer, Normal-Quecksilber-Barometer, Taupunkthygrometer, n-Pentan

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Bestimmung der Luftdichte

a) Massebestimmung

- Bestimmen Sie die Masse der mit Luft gefüllten Glaskugel $m_1 = m_K + m_{fL}$ mittels Laborwaage (*Hähne sind dabei geöffnet*).
- Schließen Sie die Glaskugel einseitig am Vakuumschlauch an. ***Beachten*** Sie die Stellung der Glaskugelhähne bzw. des Dreiwegehahns!

- Evakuieren Sie die Glaskugel mit Hilfe der Vakuumpumpe. Evakuieren Sie noch ***weitere*** **5 min**, nachdem das Vakuummeter **0 hPa** angezeigt hat, um ein ausreichendes Vakuum zu erzielen.
- Schließen Sie danach den Hahn zur Glaskugel. Schalten Sie die Vakuumpumpe ab. Trennen Sie vorsichtig den Schlauch von der Glaskugel.
- Bestimmen Sie mit der Laborwaage die Masse m_K der evakuierten Glaskugel.

b) Volumenbestimmung

- Tauchen Sie zur Volumenbestimmung die evakuierte Kugel mit einem Ansatz unter Wasser.
- Füllen Sie diese durch Öffnen des Hahns.

Hinweis: *In der Kugel verbleibt lediglich eine kleine Luftblase, die von der nicht ganz vollständigen Evakuierung herrührt. Diese muss im Kolben verbleiben, da nur das tatsächlich evakuierte Volumen interessiert.*

- Trocknen Sie sorgfältig die Kugel nach Absperren des Hahnes außen ab und entfernen Sie das Restwasser im Ansatzstutzen.
- Bestimmen Sie mit der Laborwaage die Masse m_2 der mit Wasser gefüllten Glaskugel.
- Führen Sie die Messung (*a und b*) mit ***zwei weiteren Glaskolben*** durch.

Aufgabe 2: Taupunktbestimmung

- Befüllen Sie das Taupunkthygrometer etwa ⅓ mit n-Pentan.
- Durch ***langsames und vorsichtiges*** Einblasen von Luft wird das Pentan verdampft und das Gefäß kühlt sich ab. Bei fortschreitender Abkühlung kondensiert das in der Luft enthaltene Wasser an der äußeren Gefäßwand (*Temperatur ϑ_1 ablesen*). Bei anschließender Erwärmung verschwindet der Beschlag wieder (*Temperatur ϑ_2 ablesen*).
- Wiederholen Sie den Versuch ***3-mal***.
- Bestimmen Sie die Raumtemperatur.

Aufgabe 3: Luftdruckmessung mit dem Quecksilberbarometer

- Justieren Sie den Nullpunkt der Skala.
- Bringen Sie die Messspitze der Skala so über die Quecksilberoberfläche, dass die Spitze mit ihrem Spiegelbild ein symmetrisches „$\mathbf{X}$“ bildet (*siehe **Bild 1a***).
- Stellen Sie den Ablesering (*siehe **Bild 1b***) so ein, dass der unterer Rand parallaxenfrei mit der Kuppe der Quecksilbersäule abschließt und lesen Sie den Barometerstand p_ϑ mit Hilfe des Nonius (*in* hPa) ab.
- Bringen Sie zur Messung der Kuppenhöhe den Ablesering mit der Linie zur Deckung, in der sich Quecksilber und Glasröhre gerade so berühren.

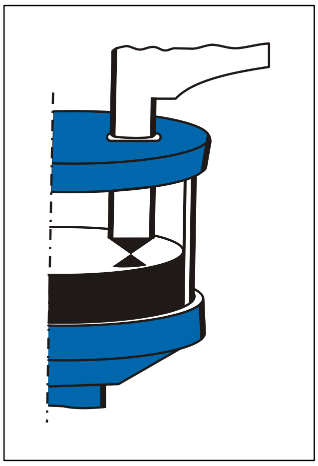

Bild 1a: Ablesung am Barometer

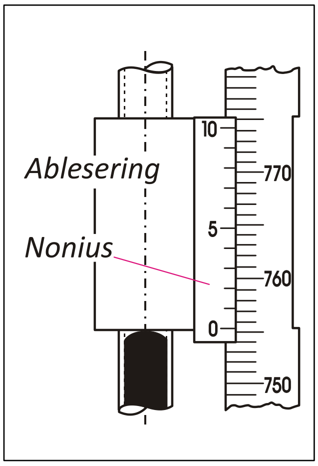

Bild 1b: Skalenablesung

- Rechnen Sie den abgelesene Barometerstand auf den Normzustand (*Dichte* ϱ_{Hg}=13,5951 g·cm^{-3} *Bezugstemperatur* 0°C*, Normwert der Fallbeschleunigung* g_n=9,80665 m·s^{-2}) um.
- Berücksichtigen Sie die thermische Ausdehnung des Quecksilbers. Der Maßstab liefert den Zusammenhang zwischen dem Barometerstand p_ϑ bei Raumtemperatur ϑ_{RT} und dem Barometerstand p_0 bei 0°C.

$$p_\vartheta = p_0 \cdot (1 + A) \text{ mit}$$

$$A = \underset{(\textit{Quecksilber})}{182 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}} \cdot (\vartheta_{RT} - 0°C) - \underset{(\textit{Maßstab})}{11 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}} \cdot (\vartheta_{RT} - 20°C)$$

Korrekturterm 1:

$$K_\vartheta = p_0 - p_\vartheta = -p_\vartheta \cdot \left(\frac{A}{1 + A}\right)$$

Die der Länge der Quecksilbersäule zugeordnete Gewichtskraft ist außerdem abhängig von der lokalen Fallbeschleunigung g, der Barometerstand wird deshalb auf den Normwert für g_n umgerechnet:

$$p_n = p_0 \cdot \frac{g(\Phi, h)}{g_n} \ .$$

p_n : *Druck, umgerechnet auf Normfallbeschleunigung und* ϑ=0 °C
p_0 : *Druck, umgerechnet auf* ϑ=0 °C, *aber mit* $g_{\Phi,h}$ *des Beobachtungsortes.*

Für die Fallbeschleunigung auf Meeresniveau bei der geographischen Breite Φ existiert eine Anpassung an die Messwerte der Form

$$g(\Phi) = 9{,}780\ (1 + 0{,}0053 \sin^2 \Phi)\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

In Abhängigkeit von der Höhe h über dem Meeresspiegel erhält man

$$g(\Phi, h) = g(\Phi, 0) \cdot (1 - 3{,}1 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^{-1} \cdot h)\ .$$

Daten für Senftenberg: Φ=51°31´20´´ , h=103 m .

Korrekturterm 2:

$$K_g = p_n - p_0 = p_0 \cdot \left(\frac{g(\Phi, h)}{g_n} - 1\right)$$

Korrekturterm 3:

Wegen der Kapillardepression liegt der Meniskus der Quecksilbersäule niedriger als es dem wahren Luftdruck entspricht.

Der Korrekturterm K_d ist vom Durchmesser des Steigrohres und von der Kuppenhöhe der Quecksilbersäule abhängig und kann aus ***Tabelle 3*** im Anhang entnommen werden.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Bestimmung der Luftdichte

- Bestimmen Sie die Massen $m_{fL} = m_1 - m_K$ und $m_W = m_2 - m_K$.
- Berechnen Sie das Innenvolumen der Glaskugel aus der Masse des Wassers und der Wassertemperatur (*siehe **Tabelle 1** „Dichte des Wassers in Abhängigkeit von der Temperatur“*).
- Bestimmen Sie mit den ermittelten Werten die vorliegende Luftdichte.
- Bestimmen Sie die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung für eine ausgewählte Messung.

Aufgabe 2: Taupunktbestimmung

- Bestimmen Sie die Mittelwerte der Temperaturen, die die Taupunkttemperatur ϑ_T ergeben.
- Bestimmen Sie den Wasserdampfpartialdruck und die Luftfeuchtigkeit.
- Schätzen Sie die Messunsicherheit ab.

Aufgabe 3: Messung des Luftdruckes unter Berücksichtigung von Korrekturtermen

- Geben Sie die ermittelten Korrekturterme einzeln an.
- Addieren Sie die zur Berechnung der Luftnormdichte bestimmten Summen dieser Korrekturterme zum Barometerstand p_ϑ.

Aufgabe 4: Luftnormdichte

- Bestimmen Sie die Luftnormdichte aus dem Mittelwert der in ***Aufgabe 1*** ermittelten Luftdichte.
- Alle weiteren benötigten Werte ergeben sich aus den Messungen in ***Aufgaben 2*** und ***3***.
- Geben Sie den Fehler der Luftnormdichte unter Verwendung der in ***Aufgabe 1*** bestimmten Fehler der Luftdichte an.
- Welchen Einfluss haben alle vorgenommenen Korrekturen auf den Fehler?

3. Ergänzungen

$\vartheta/°C$	$\varrho/g\cdot cm^{-3}$	$\vartheta/°C$	$\varrho/g\cdot cm^{-3}$	$\vartheta/°C$	$\varrho/g\cdot cm^{-3}$
0	0,999841	10	0,999701	20	0,998205
1	0,999900	11	0,999606	21	0,997994
2	0,999941	12	0,999498	22	0,997772
3	0,999965	13	0,999377	23	0,997540
4	0,999973	14	0,999244	24	0,997299
5	0,999965	15	0,999099	25	0,997047
6	0,999941	16	0,998943	26	0,996785
7	0,999902	17	0,998775	27	0,996515
8	0,999849	18	0,998596	28	0,996235
9	0,999782	19	0,998406	29	0,995946

Tabelle 1: Dichte des Wassers in Abhängigkeit von der Temperatur

$\vartheta/°C$	p/hPa	$\vartheta/°C$	p/hPa	$\vartheta/°C$	p/hPa
0	6,11	11	13,12	22	26,42
1	6,56	12	14,01	23	28,09
2	7,05	13	14,97	24	29,84
3	7,57	14	15,97	25	31,68
4	8,13	15	17,04	26	33,61
5	8,72	16	18,17	27	35,65
6	9,35	17	19,37	28	37,80
7	10,05	18	20,62	29	40,05
8	10,72	19	21,96	30	42,42
9	11,48	20	23,37	31	44,93
10	12,27	21	24,86	32	47,56

Tabelle 2: Druck des gesättigten Wasserdampfes

Kuppenhöhe/ Skt.	K_d/hPa	*Kuppenhöhe/ Skt.*	K_d/hPa	*Kuppenhöhe/ Skt.*	K_d/hPa
0,4	0,24	0,9	0,52	1,4	0,77
0,5	0,30	1,0	0,57	1,5	0,81
0,6	0,36	1,1	0,63	1,6	0,85
0,7	0,41	1,2	0,68	1,7	0,89
0,8	0,47	1,3	0,73	1,8	0,93

Tabelle 3: Korrektur der Barometerstände infolge der Kapillardepression