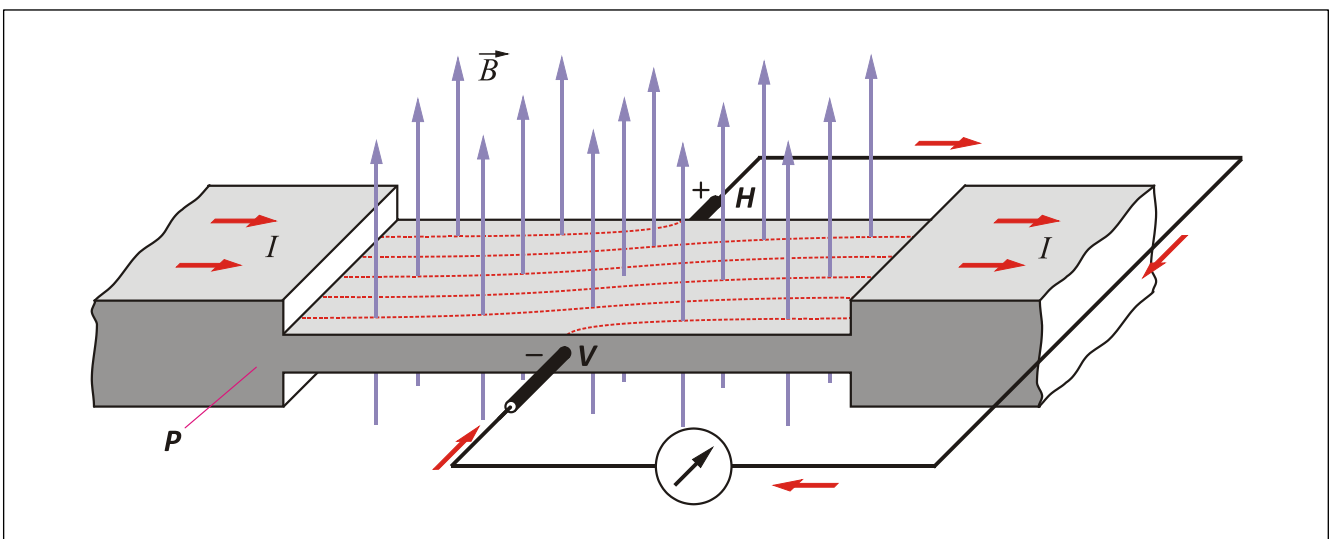


Der Hall-Effekt ist nachzuweisen und die Abhängigkeit der Hall-Spannung vom anliegenden Magnetfeld darzustellen.

## 1. Theoretische Grundlagen

### 1.1 Beschreibung des Hall-Effektes (Edwin Herbert Hall 1879)

Wird entsprechend **Bild 1** eine dünne Metallplatte  $P$  von einem gleichmäßig über ihren Querschnitt verteilten Strom  $I$  durchflossen, so ist zwischen zwei Punkten  $V$  (vorn) und  $H$  (hinten), die am Rande der Platte zu beiden Seiten gleich weit von der Stromzuleitung entfernt liegen, keine Potentialdifferenz vorhanden.



**Bild 1:** Hall-Effekt

Wirkt aber senkrecht zur Metallplatte ein Magnetfeld vom Betrag  $B$ , so tritt zwischen den Punkten  $V$  und  $H$  eine Spannung auf, und es fließt durch ein an diese Punkte angeschlossenes Galvanometer ein Strom. Die Ursache hierfür liegt in der Verbiegung der ursprünglich parallelen Elektronenbahnen in der Metallplatte  $P$  durch das Magnetfeld. Die Äquipotentialflächen erfahren dadurch eine Drehung gegen ihre ursprüngliche Lage. Für die **Hall-Spannung**  $U_H$  zwischen den Punkten  $V$  und  $H$ , die ursprünglich das gleiche Potential hatten, ergibt sich experimentell die Gleichung

$$U_H = R_H \cdot \frac{B \cdot I}{d} \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $R_H$  mit der Einheit  $\text{cm}^3 \cdot \text{C}^{-1}$  wird als **Hall-Koeffizient** bezeichnet;  $B$  ist die magnetische Flussdichte und  $d$  die Dicke der Platte.

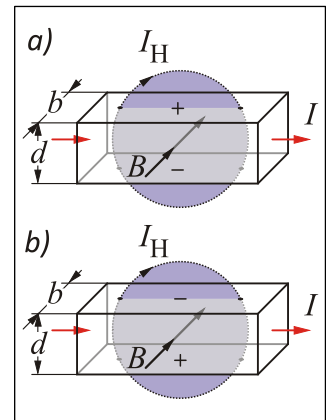
Der Hall-Koeffizient  $R_H$  kann nach Auswertung eines Experimentes positiv oder negativ sein. Danach unterscheidet man **positiven und negativen Hall-Effekt**. Die in **Abschnitt 1.2** dargelegte klassische Theorie, die auf der Verbiegung der Bahnen der negativen Elektronen durch das Magnetfeld  $\vec{B}$  beruht, kann nur negative Werte von  $R_H$  erklären, während der positive Hall-Effekt sich einer klassischen Deutung entzieht.

Experimentell wird das Vorzeichen des Hall-Effektes folgendermaßen bestimmt:

Fließt ein Strom  $I$  in technischer Richtung durch die Metallplatte hindurch, so entsteht ein magnetisches Feld  $\vec{B}$ , das senkrecht zur Zeichnungsebene von vorn nach hinten zeigt. Dieses Magnetfeld  $\vec{B}$  wird durch einen Kreisstrom der Stromstärke  $I_H$  erzeugt (**Bild 2**).

Wird das obere Ende der Metallplatte positiv, so ist auch die Hall-Spannung  $U_H$  positiv. Man spricht vom positiven Hall-Effekt. Wird hingegen das obere Ende der Metallplatte negativ, so ist auch die Hall-Spannung  $U_H$  negativ. Hier spricht man vom negativen Hall-Effekt.

Die Messungen des Hall-Koeffizienten hängen stark von der Reinheit der Stoffe ab. Geringe Beimengungen können die Werte verändern. In **Tab.1** im **Abschnitt 1.2** sind die Werte für einige Stoffe aufgeführt. Sehr groß ist der Hall-Koeffizient für Bismut und für die Halbleiter Indiumantimonid und Indiumarsenid. Diese Stoffe werden für die Herstellung von **Hall-Generatoren** bevorzugt und für die Ausmessung von Magnetfeldern verwendet (*u.a. auch in diesem Versuch*).



**Bild 2:** Kennzeichnung des **positiven (a)** und des **negativen (b)** Hall-Effektes

## 1.2 Theoretische Überlegungen zur Herleitung von Gleichung (1)

Die Stromdichte  $J$  in Längsrichtung zur Metallplatte  $P$  ist:

$$J = \frac{I}{b \cdot d} = n \cdot e \cdot v_{el},$$

wenn  $n$  die Anzahl der Elektronen je Volumen,  $e$  die Ladung des Elektrons und  $v_{el}$  die (*gerichtete*) Geschwindigkeit eines Elektrons bedeuten. Es ist also

$$v_{el} = \frac{J}{n \cdot e}. \quad (2)$$

Auf die Ladungsträger, wirkt dann die **Lorentzkraft**  $F_L$ , wenn die Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld  $\vec{B}$  und senkrecht zur Bewegungsrichtung ablenkt werden. In diesem Fall lautet der Betrag der Lorentzkraft:

$$F_L = e \cdot B \cdot v_{el}.$$

Sie bewirkt solange eine Querverschiebung der Elektronen, bis über die Coulomb-Kraft

$$F_C = e \cdot E_{tr} = e \cdot \frac{U}{b}$$

mit dem elektrischen Transversalfeld  $E_{tr}$  ein Gleichgewicht entsteht. Dann gilt

$$F_C = F_L$$

$$e \cdot \frac{U_H}{b} = e \cdot B \cdot v_{el},$$

woraus unter Benutzung von Gleichung (2) die gesuchte Gleichung für den Hall-Effekt folgt:

$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot J \cdot B \cdot b = R_H \cdot \frac{B \cdot I}{d} .$$

Der Hall-Koeffizient selbst ist durch die folgende Beziehung gegeben:

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e} . \quad (3)$$

Wird anstelle von  $v_{el}$  in Gleichung (2) die Elektronenbeweglichkeit

$$\mu = \frac{v_{el}}{|\vec{E}|}$$

eingeführt und beachtet, dass allgemein

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad (\kappa: \text{elektrische Leitfähigkeit, } \kappa = 1/\rho \text{ mit } \rho: \text{spezifischer Widerstand})$$

ist, so folgt weiter mit Rücksicht auf das Vorzeichen von  $e$

$$-\frac{1}{n \cdot e} = \frac{\mu}{\kappa} = \rho \cdot \mu . \quad (4)$$

Damit ergibt sich für den Hall-Koeffizienten die weitere Beziehung

$$R_H = -\rho \cdot \mu = -\frac{\mu}{\kappa} \quad (5)$$

Erfolgt der Stromtransport durch Elektronen, muss  $R_H$  negative Werte annehmen (*negativer Hall-Effekt*). Aus Messungen von  $R_H$  und  $\rho$  bzw.  $\kappa$  kann man daher sowohl  $n$ , die Zahl der Elektronen pro Volumen des Metalls, als auch ihre Beweglichkeit  $\mu$  bestimmen.

Die **Tabelle 1** gibt in der zweiten Spalte für einige Metalle die beobachteten Werte von  $R_H$ , in der dritten den spezifischen Widerstand  $\rho$ , in **Spalte 4** die daraus berechnete Elektronenbeweglichkeit  $\mu$  und in der **Spalte 5** die ebenfalls aus  $R_H$  berechnete Elektronenzahl  $n$  je  $\text{cm}^3$  an. Zum Vergleich ist in der sechsten Spalte die Atomzahl  $j$  je  $\text{cm}^3$  angeführt.

| Metall         | $R_H / \text{m}^3 \cdot \text{C}^{-1}$ | $\rho / \Omega \cdot \text{cm}$ | $\mu / \text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ | Elektronenzahl / $\text{cm}^3$ |
|----------------|--|---------------------------------|---|--------------------------------|
| Cu             | $-5,36 \cdot 10^{-11}$                 | $1,73 \cdot 10^{-6}$            | 39  | $10,3 \cdot 10^{22}$           |
| Ag (technisch) | $-8,97 \cdot 10^{-11}$                 | $1,49 \cdot 10^{-6}$            | 64  | $6,6 \cdot 10^{22}$            |
| Au             | $-7,05 \cdot 10^{-11}$                 | $2,04 \cdot 10^{-6}$            | 36  | $8,5 \cdot 10^{22}$            |
| Bi             | $-9,08 \cdot 10^{-11}$                 | $1,2 \cdot 10^{-4}$             | 7600  | $6,9 \cdot 10^{18}$            |
| Zn (technisch) | $+10,4 \cdot 10^{-11}$                 | $5,7 \cdot 10^{-6}$             | -18   | $6,0 \cdot 10^{22}$            |
| Cd             | $+5,31 \cdot 10^{-11}$                 | $7,3 \cdot 10^{-6}$             | -8  | $10,4 \cdot 10^{22}$           |
| W              | $+11,8 \cdot 10^{-11}$                 | $5,5 \cdot 10^{-6}$             | -21   | $5,91 \cdot 10^{22}$           |

**Tabelle 1:** Ergebnisse einiger Hall-Messungen

Einige Metalle wie Zn, Cd und W zeigen einen positiven Halleffekt mit  $R_H > 0$ . Der Stromtransport erfolgt hier nicht durch Elektronen, sondern durch so genannte Defektelektronen (*Löcher*) mit positiver Elementarladung.

## 2. Versuch

### 2.1 Vorbetrachtung

**Aufgabe:** Wie entsteht ein Hall-Effekt? Was verstehen Sie unter Elektronen- bzw. Löcherleitung?

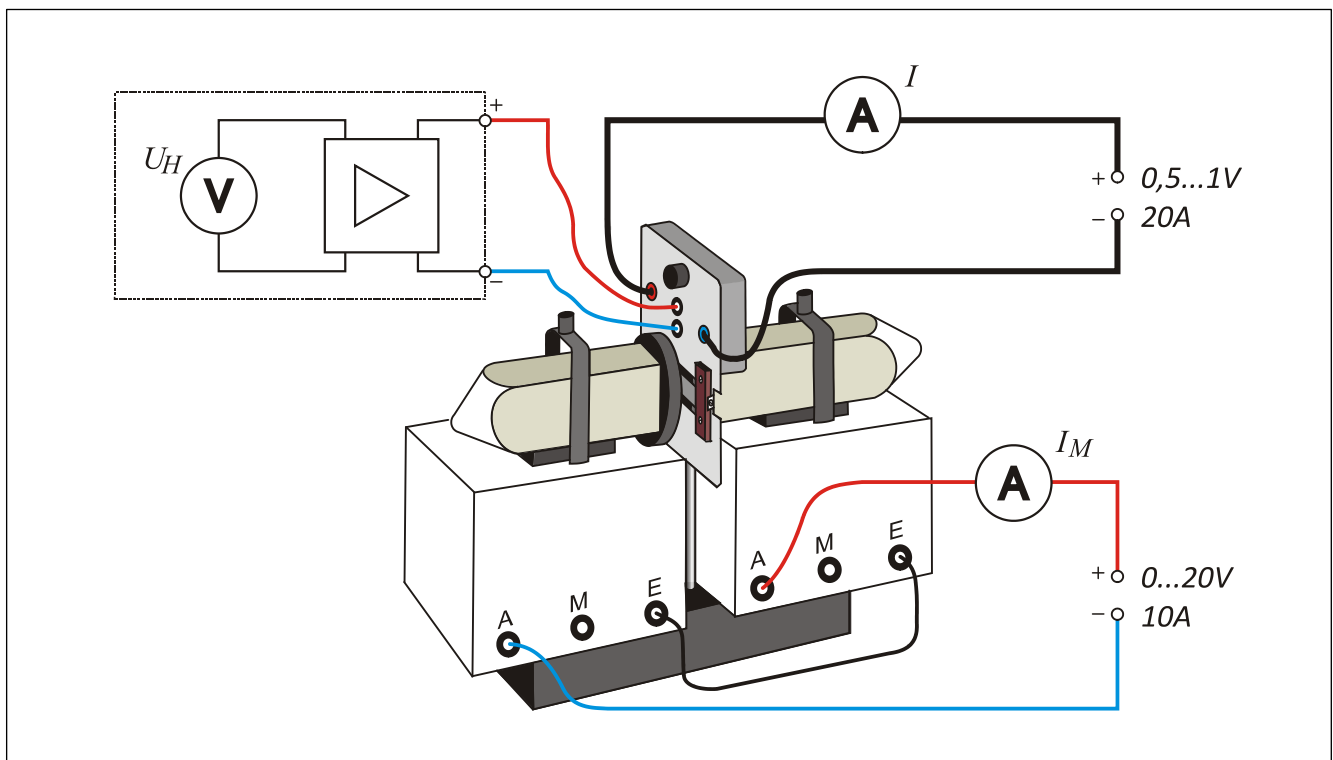
### 2.2 Versuchsdurchführung

#### 2.2.1 Verwendete Geräte

Hall-Effekt-Geräte (*Silber, Wolfram*), Spulen mit U-Kern und verstellbaren Polschuhen, Netzgerät bis 40A DC mit Anzeige, Multimeter, Teslameter, Mikrovoltmeter, Netzgerät bis 10A DC

#### 2.2.2 Versuchshinweise

Überprüfen Sie den Aufbau gemäß **Bild 3**, wobei sich zunächst das verkabelte Hall-Effekt-Gerät noch nicht zwischen den Polschuhen befindet. Zur Durchführung der Messung zur **Aufgabe 1** befindet sich hier eine Isolierplatte mit der Dicke der Trägerplatte des Hall-Effekt-Gerätes.



**Bild 3:** Schaltskizze zum Hall-Effekt

**Achtung:** Stromkreise bei einem Querstrom **über 15 A** bzw. bei Magnetstromstärke **über 5 A** nur kurzzeitig zur Messung einschalten (Erwärmung der Experimentierkabel bzw. Überlastung der **für 5 A** ausgelegten Spulen)! Im Querstromkreis bereitgestelltes Kabel benutzen, das eine Belastung **von 20 A** zulässt.

#### Aufgabe 1: Ermittlung der Kalibrierkurve

- Entmagnetisieren Sie den Eisnekern des Elektromagneten vor der Aufnahme der  $I_B$ - $B$ -Kalibrierkurve.
- Legen Sie kurzzeitig **etwa 25 V** Wechselspannung an die Spulen an.

- Stecken Sie dazu das Spulenanschlusskabel am Stromversorgungsgerät um. Schalten Sie am Strommessgerät den Messbereich auf **AC** um und drehen Sie die Spannung langsam zurück.

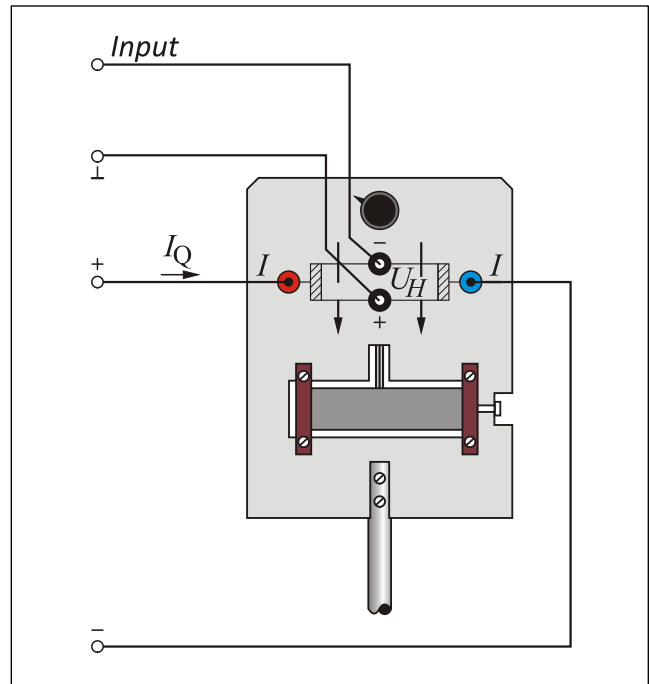
**Hinweis:**

**Nicht vergessen:** Nach dem Entmagnetisieren die Anschlusskabel der Spulen am Netzgerät umstecken und den Messbereich auf DC am Multimeter umschalten!

- Schieben Sie zur Messung der Flussdichte die Hall-Sonde des Teslameters in den Spalt zwischen den Polschuhen.
- Messen Sie die magnetische Flussdichte  $B$  in Abhängigkeit von dem Magnetstrom  $I_B$  von **(0 - 8)A** in **0,5A-Schritten**.

**Aufgabe 2:**  $U_H$  als Funktion von  $B$  bei **drei Querströmen  $I_Q$** 

- Weisen Sie durch die Verwendung der Hall-Effekt-Geräte (*Silber und Wolfram*) die Proportionalität zwischen der Hall-Spannung  $U_H$  und der magnetischen Flussdichte  $B$  bei unterschiedlichen Querströmen  $I_Q$  nach.
- Bauen Sie das Hall-Effekt-Gerät (*Silber*) gemäß **Bild 3** zwischen die Spulen des Elektromagneten ein.
- Schieben Sie die Polschuhe unmittelbar an die Trägerplatte heran. Wählen Sie den Luftspalt so eng wie möglich (*gleiche Breite wie Aufg. 1*).
- Schließen Sie das Hall-Effekt-Gerät gemäß **Bild 4** an das Mikrovoltmeter und das Stromversorgungsgerät für  $I_Q$  an. Die Feldrichtung ist auf der Trägerplatte aufgedruckt.
- Entmagnetisieren Sie die Elektromagneten analog vor jeder neuen Messreihe.
- Stellen Sie einen Querstrom  $I_Q$  **von 10 A** ein.
- Korrigieren Sie vor dem Einschalten des Spulenstromes  $I_B$  bei eingeschaltetem Querstrom die Anzeige am Messinstrument für die Hall-Spannung  $U_H$  auf Null (**eingestellter Verstärkungsfaktor:  $10^5$** ).



**Bild 4:** Elektrische Verbindung des Hall-Effekt-Gerätes

- Nehmen Sie die Nullpunktkorrektur mit dem Taster des Mikrovoltmeters vor.
- Variieren Sie den Spulenstrom  $I_B$  von **(0 - 8)A** in **1A-Schritten** und lesen Sie die jeweilige Hall-Spannung  $U_H$  ab.
- Schalten Sie den Querstrom  $I_Q$  nur zum Messen der jeweiligen Hall-Spannung mittels des Output-Schalters am Statron-Netzteil zu.
- Wiederholen Sie die Messreihe für den Spulenstrom  $I_Q=(15 \text{ und } 20)A$ .
- Bauen Sie am Versuchsplatz das Hall-Effekt-Gerät von Silber auf Wolfram um.
- Die Messungen erfolgen analog zum Hall-Effekt-Gerät (*Silber*).

**Hinweis:**

*Quantitative Versuche mit dem Wolfram-Gerät stellen, materialbedingt, besondere Anforderungen an Sorgfalt und Geschick beim Experimentieren. Luftzirkulationen bei eingeschaltetem Querstrom können zu beträchtlichen Nullpunktschwankungen führen (Thermospannung an den Messkontakten für die Hall-Spannung). Wegen des höheren elektrischen Widerstandes von Wolfram sind dort die thermischen Effekte und damit die Nullpunktschwankungen größer als bei Silber.*

**2.3 Versuchsauswertung****Aufgabe 1:** Erstellung der Kalibrierkurve

- Stellen Sie sehr sorgfältig die Kalibrierkurve in einem Diagramm der Funktion  $B = f(I)$  graphisch dar. Diese dient als Grundlage für die **Aufgabe 2**, denn dort wird zum gemessenen Spulenstrom  $I$  die magnetische Flussdichte  $B$  bestimmt.

**Aufgabe 2:**  $U_H$  als Funktion von  $B$  mit den drei Querströmen  $I_Q$ 

- Stellen Sie die Messergebnisse in je einem Diagramm für Silber und Wolfram der Funktion  $U_H = f(B)$  mit dem Querstrom  $I_Q$  als Parameter graphisch dar.
- Tragen Sie dazu die Fehlerbalken ein.

**Aufgabe 3:** Bestimmung des Vorzeichens der Ladungsträger

- Bestimmen Sie für die gewählte Stromrichtung das Vorzeichen der Hall-Spannung unter Verwendung der Richtungsangaben in den **Bildern 2** und **4**. (Anwendung der „Rechte-Hand-Regel“ auf die am Hall-Effekt-Gerät angegebenen Richtungen von  $B$ ,  $I_Q$  und  $U_H$ )

**Aufgabe 4:** Berechnungen

- Berechnen Sie den **Hall-Koeffizienten**  $R_H$  unter Verwendung der in **Aufgabe 2** durchgeführten Messungen und den Darlegungen in **Abschnitt 1.2**.
- Führen Sie die Berechnung für  $I_Q=10\text{A}$ ,  $15\text{A}$  und  $20\text{A}$  durch.
- Verwenden Sie den Anstieg der gezeichneten Graphen  $U_H = f(B)$  (geg.:  $d=5\cdot 10^{-5}\text{m}$ ).
- Schätzen Sie die Messunsicherheit aus den Abweichungen (**Fehlerbalken**) der graphischen Darstellungen ab und bestimmen Sie daraus die Messunsicherheit der Hall-Koeffizienten  $R_H$ .
- Berechnen Sie unter Verwendung des **gewichteten Mittelwertes** (**Abschnitt 4.4** „Einführung in das Physikalische Praktikum“) für Silber und Wolfram den mittleren Hall-Koeffizienten  $\bar{R}_H$  und vergleichen Sie diesen mit den Tabellenwerten.
- Bestimmen Sie die Ladungsträgerkonzentration  $n$  für Silber und Wolfram. Diese Berechnung erfolgt nur unter Verwendung des jeweiligen gewichteten Mittelwertes der Hall-Konstanten  $R_H$ .

**3. Ergänzung****3.1 Vertiefende Fragen**

Was verstehen Sie unter Elektronenleitung und was unter Löcherleitung?