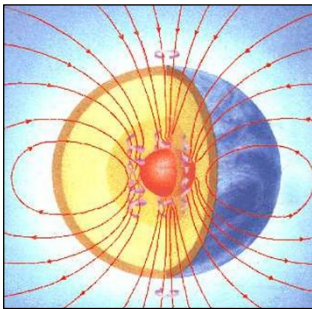


Das Erdmagnetfeld wird mit Hilfe einer Induktionsspule ausgemessen. Aus den Messdaten werden Betrag und Inklinationwinkel des Erdmagnetfeldes (magnetische Flussdichte B_E) bestimmt.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Das Magnetfeld der Erde

Man unterscheidet bei der Betrachtung des Erdfeldes zwischen den magnetischen Polen und den geo-



magnetischen Polen. Die magnetischen Pole sind die Orte, an denen die Inklination (*Neigung der Feldlinien zur Horizontalen*) 90° beträgt, das Feld also senkrecht auf die Erde trifft. Die geomagnetischen Pole sind die Pole des Dipolfeldes; hier schneiden sich die Achse des angenäherten Dipolfeldes und die Erdoberfläche. Infolge der Säkularvariation (*Begriff nachschlagen!*) sind magnetische und geomagnetische Pole nicht ortsfest. Nach der physikalischen Definition ist der Pol auf der Nordhalbkugel entsprechend der Richtung der Magnetfeldlinien der magnetische Südpol und umgekehrt. Aber im Allgemeinen wird der magnetische Pol der Nordhalbkugel meist als Nordpol und der der Südhalbkugel als Südpol bezeichnet. Der magnetische Nordpol liegt zurzeit (2013) in der kanadischen Arktis bei etwa $85,7^\circ$ nördlicher Länge und $144,5^\circ$ westlicher Breite. Er bewegt sich gegenwärtig jährlich etwa 40 km nach Norden. Der magnetische Südpol liegt bei etwa 65° Süd, 137° Ost und bewegt sich nur 15 km im Jahr. Durch die externen Variationen, die sich in hohen Breiten besonders stark auswirken, kann die genaue Lage des Punktes mit 90° Inklination jedoch kurzfristig um bis zu 80 km schwanken. **Bild 2** zeigt die Position des magnetischen und geomagnetischen Pols auf der Nord- und Südhalbkugel seit 1590.

Bild 1: Erdmagnetfeld

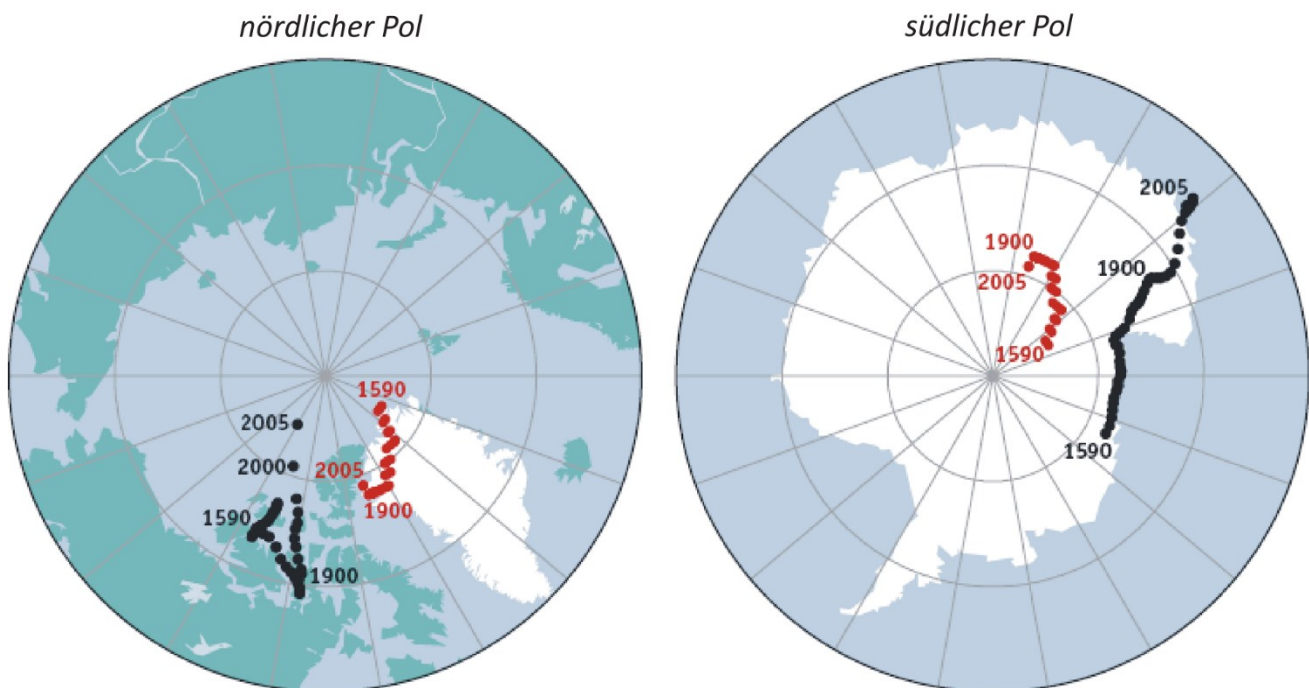


Bild 2: Lage der Pole

Die magnetische Flussdichte am Äquator beträgt $B=31 \mu\text{T}$ (*Tesla*, $1\text{T} = 1\text{V}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$), an den Polen ist sie doppelt so groß.

Für Mitteleuropa gilt:

$$B = 48 \mu\text{T}$$

$$B_{\text{horizontal}} = 20 \mu\text{T}$$

$$B_{\text{vertikal}} = 44 \mu\text{T}$$

Inklinationswinkel Deutschland: 66°

Das Magnetfeld der Erde und seine Variationen können folgendermaßen zu deuten sein:

Die flüssige Materie im äußeren Erdkern bildet im Zusammenhang mit einem konvektiven Wärmeaustausch zwischen dem Erdkern und dem Erdmantel große Wirbel aus. Sind in einem solchen Wirbel aus leitendem Material Spuren eines Magnetfeldes vorhanden, so können sie wie in der selbsterregenden Dynamomaschine nach Werner von Siemens verstärkt werden. Die Details eines solchen Dynamos im Erdinneren sind zwar noch nicht vollständig geklärt, die Dynamotheorie bietet jedoch die einzige Erklärungsmöglichkeit für das Magnetfeld und seine Variationen.

1.2 Messung des Erdmagnetfeldes

Wenn eine kreisförmige Leiterschleife der Fläche $A = \pi \cdot r^2$ in einem homogenen Magnetfeld \vec{B} um den Durchmesser als Achse senkrecht zu \vec{B} gleichförmig rotiert, wird sie vom magnetischen Fluss $\vec{\Phi}$ durchsetzt (**Bild 3**):

$$\vec{\Phi} = \pi \cdot r^2 \cdot B \cdot \cos \omega \cdot t \quad \omega: \text{Winkelgeschwindigkeit}$$

Für die induzierte Spannung U gilt:

$$U = - \frac{d\Phi}{dt} = -\pi \cdot r^2 \cdot B \cdot \omega \cdot \sin \omega \cdot t.$$

Für den Scheitelwert dieser induzierten Wechselspannung ergibt sich:

$$U_{(S)} = \pi \cdot r^2 \cdot B \cdot \omega.$$

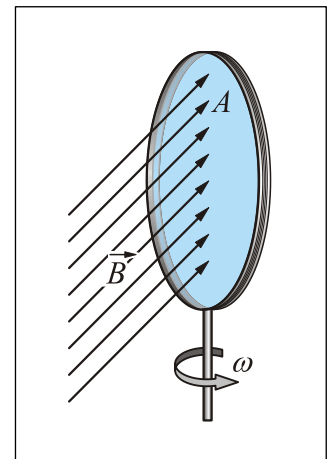


Bild 3: Leiterschleife

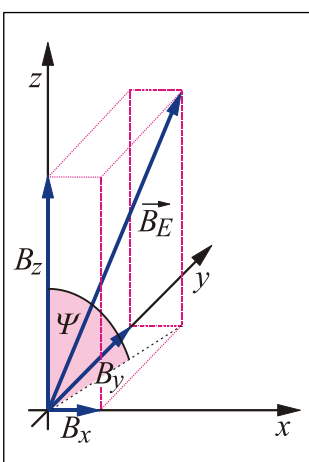


Bild 4: Festlegen eines Koordinatensystems und der Drehachsen der Induktionsspule

Ersetzt man ω durch die Umdrehungszeit T ($\omega = 2\pi/T$) und nimmt an, dass eine Spule mit N Windungen im Feld B rotiert, so erhält man:

$$\hat{U} = U_{(S)} = a \cdot B \quad \text{mit} \quad a = 2\pi^2 \cdot \frac{N \cdot r^2}{T} \quad (1)$$

Wenn die Drehachse in z -Richtung eines kartesischen Koordinatensystems zeigt, beträgt die im Erdmagnetfeld $\vec{B}_E = (B_x, B_y, B_z)$ induzierte Spannungsamplitude $U_{z(S)}$ (*Spitze*) (**Bild 4**)

$$U_{z(S)} = a \cdot \sqrt{B_x^2 + B_y^2}. \quad (2)$$

Aus Symmetriegründen gilt für die Orientierung der Drehachse in x - bzw. y -Richtung

$$U_{x(s)} = a \cdot \sqrt{B_y^2 + B_z^2} \quad (3)$$

$$U_{y(s)} = a \cdot \sqrt{B_z^2 + B_x^2} \quad (4)$$

Durch Auflösen der Gleichungssysteme (2), (3) und (4) kann man die Beträge der Komponenten des Erdmagnetfeldes berechnen:

$$B_x^2 = \frac{U_{y(s)}^2 + U_{z(s)}^2 - U_{x(s)}^2}{2a^2} \quad (5)$$

$$B_y^2 = \frac{U_{z(s)}^2 + U_{x(s)}^2 - U_{y(s)}^2}{2a^2} \quad (6)$$

$$B_z^2 = \frac{U_{x(s)}^2 + U_{y(s)}^2 - U_{z(s)}^2}{2a^2} \quad (7)$$

Insbesondere gilt:

$$B_E^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$$

$$B_E^2 = \frac{U_{x(s)}^2 + U_{y(s)}^2 + U_{z(s)}^2}{2a^2} \quad ; \text{ für } U_{x(s)}^2 + U_{y(s)}^2 + U_{z(s)}^2 = Z$$

$$B_E^2 = \frac{Z}{2a^2} \quad (8)$$

Für den Inklinationwinkel ψ erhält man die Bestimmungsgleichung

$$\tan \psi = \frac{B_z}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}}$$

$$\tan \psi = \sqrt{\frac{U_{x(s)}^2 + U_{y(s)}^2 - U_{z(s)}^2}{2U_{z(s)}^2}} \quad ; \text{ für } U_{x(s)}^2 + U_{y(s)}^2 - U_{z(s)}^2 = Z'$$

$$\tan \psi = \sqrt{\frac{Z'}{2U_{z(s)}^2}} \quad (9)$$

Im Experiment richtet man die Rotationsachse der Reihe nach in die x -, y - und z -Richtung eines rechtwinkligen Koordinatensystems und misst jeweils den doppelten Scheitelwert $U_{(ss)}$ (*Spitze-Spitze*) der induzierten Spannung zur Umdrehungszeit T der Spule.

Für den einfachen Scheitelwert $U_{(s)}$ (*für die Berechnung wichtig*) gilt:

$$U_{(s)} = \frac{1}{2} \cdot U_{(ss)} .$$

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe: In diesem Versuch wird die Induktionsspannung U um das 10^4 -fache verstärkt und als Funktion der Umdrehungszeit T in den drei Ortskoordinaten x , y , z mit einem TY -Schreiber aufgenommen. Der Messbereichsschalter des Schreibers steht auf 1 V.

Bestimmen Sie (siehe **Bild 5**) die Induktionsspannung $U_{(S)}$ (*Spitze-Spannung*) und $U_{(SS)}$ (*Spitze-Spitze-Spannung*) sowie die Schwingungsdauer T ausgehend von 10 Schwingungen. Die Einstellparameter des Schreibers entnehmen Sie der Versuchsdurchführung.

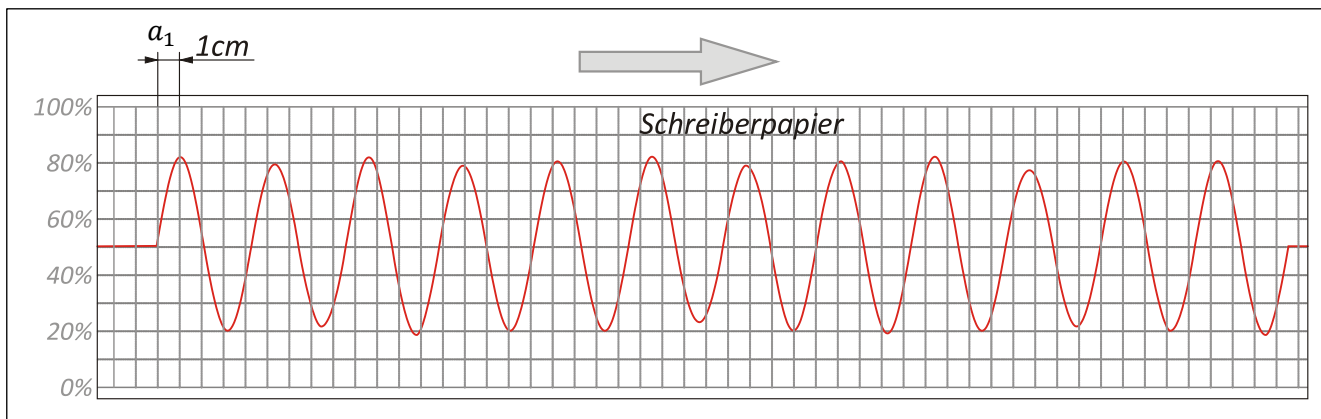


Bild 5: Schreiberdiagramm für eine Achse

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Experimentiermotor mit Steuer- und Regelgerät, Messverstärker, 2 Leiterschleifen (*kleine Spule $N=10$ Wdg., große Spule $N=5$ Wdg.*), TY -Schreiber, Deklinatorium / Inklinatorium

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe: Bestimmung des Erdmagnetfeldes B_E und des Inklinationwinkels Ψ mit zwei unterschiedlichen Induktionsspulen an verschiedenen Messorten

- Nehmen Sie dazu die Induktionsspannung als Funktion der Umdrehungszeit T in den drei Ortskoordinaten x , y , z mit einem TY -Schreiber auf.
- Bestimmen Sie zunächst den Durchmesser der zwei verwendeten Spulen **an 10** unterschiedlichen Stellen.

Ermittlung des Inklinationwinkels Ψ mit den Inklinatorium

- Bestimmen Sie zunächst die Richtung des magnetischen Meridians (*magnetische Nord-Süd-Richtung*), in dem Sie die **Achse der Magnetnadel in die Waagerechte** bringen (*Markierungsstrich an kleiner Scheibe auf 0°*) und das Gerät bzw. den Experimentierwagen so ausrichten, dass die Magnetnadel auf 0° des Teilkreises zeigt.
- Bringen Sie nun die **Achse der Magnetnadel in die Senkrechte** (*Markierungsstrich an kleiner Scheibe auf 90°*), so dass die Magnetnadel in der Ebene des magnetischen Meridians schwingen kann. Achten Sie bei der Messung unbedingt auf Stromlosigkeit aller Gerätschaften.
- Notieren Sie sich diesen Wert für jeden zu untersuchenden Ort.

- Überprüfen Sie den Aufbau und die Verbindungen der Geräte gemäß **Bild 6** (*Experimentierwagen*). Als Zuleitungen zur Leiterschleife ist ein **ca. 2 m** langes Experimentierkabel vorhanden.
- Setzen Sie den Motor auf die Tischecke auf. Somit ist eine genaue Ausrichtung in die drei Raumrichtungen (x, y, z) möglich.

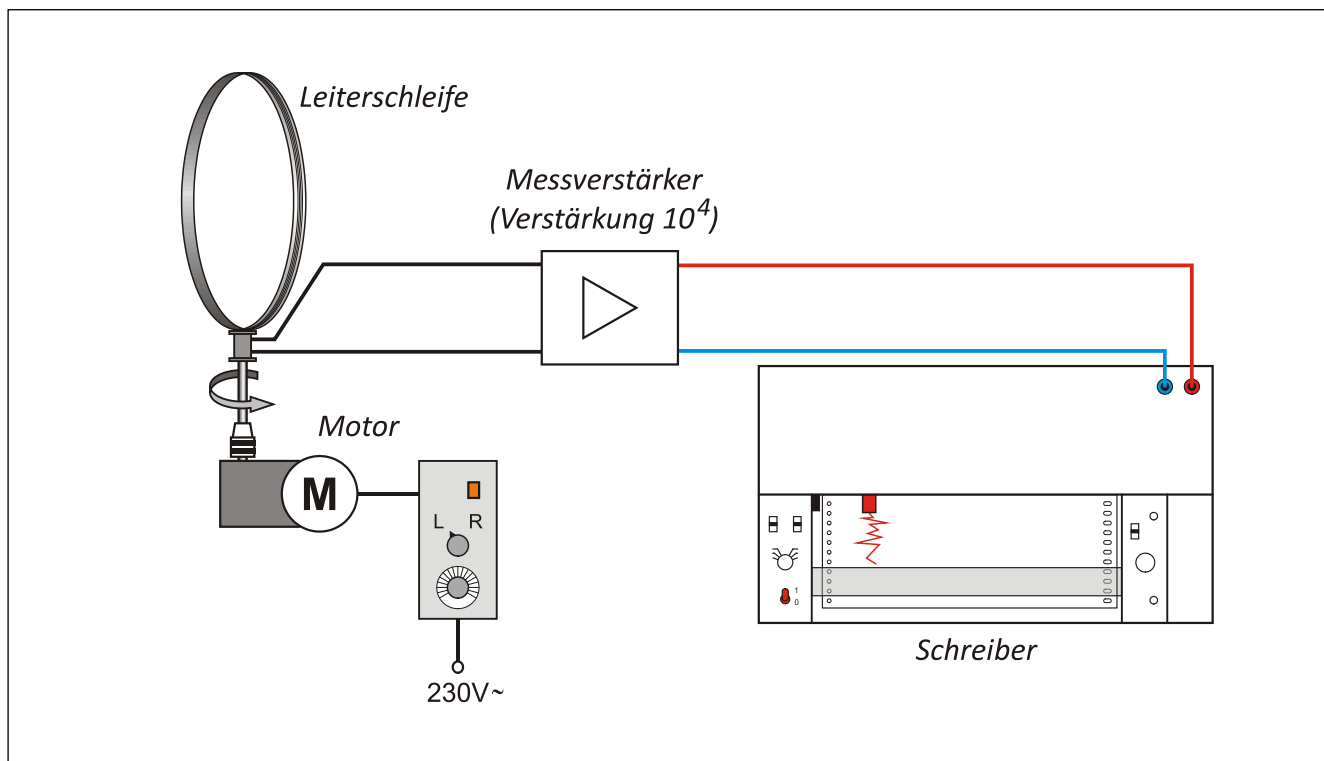


Bild 6: Versuchsaufbau

- Überprüfen Sie am Messverstärker die folgenden Einstellparameter.

Messverstärkerparameter

Low Drift: steht auf $R_e = 10^4 \Omega$
 Nullpunktkorrektur: **nicht verstellen!**
 Verstärkung: 10^4
 Zeitkonstante: $0,1 \text{ s}$

- Überprüfen Sie am YT-Schreiber die Schreiberparameter.

Schreiberparameter

Papiervorschub: 10 mm/s
 Empfindlichkeit: 1 V oder 10 V cal. (wird von der Ausrichtung der Leiterschleife bestimmt)

- Schalten Sie die Motorsteuerung an.
- Beachten Sie den Drehsinn beim Einschalten des Motors.
- Erhöhen Sie nur langsam und vorsichtig die Drehzahl des Motors.
- Lassen Sie dabei die Zuleitung zur Leiterschleife langsam um die Drehachse wickeln.
- Führen Sie das Experimentierkabel von Hand, so dass es sich **nicht** während der Drehung der Leiterschleife um das Bohrfutter wickeln kann.

- Wenn nötig, stellen Sie am Schreiber mit dem Taster „◁ 0 ▷“ den Nullpunkt des Signals auf die Mitte des Papiers ein. Die Drehzahl des Motors sollte nun soweit erhöht werden, dass die Schwingungsdauer T (eine Umdrehung der Schleife) bei **ca. (1 ... 2) cm** auf dem Papier sich befindet.
- Halten Sie den Motor rechtzeitig an (vor Erreichen der gelben Markierung) und kehren Sie den Drehsinn des Motors um.

Hinweis:

Die eingestellte Drehzahl während eines Messvorganges für alle drei Richtungen **unverändert** lassen! Motor nur um- bzw. ein- und ausschalten!

- Senken Sie bei laufendem Motor den Schreiberstift ab und schreiben Sie das Messdiagramm für $U_{z(SS)}$ (Spitze-Spitze), zeichnen Sie dabei **jeweils ca. 15 bis 20 Perioden** auf.
- Beschriften Sie das Schreiberpapier (Achse, Spule, Ort).
- Kippen Sie danach die Drehachse in die Waagerechte.
- Lösen Sie dazu die Feststellschraube und drehen Sie die Achse.
- Wiederholen Sie den Versuch mit horizontaler Drehachse (Messung von $U_{y(SS)}$).
- Drehen Sie schließlich den Motor mit Leiterschleife um **genau 90°** (Ausrichtung der Drehachse an der Tischkante um 90° gedreht).
- Führen Sie die Messung von $U_{x(SS)}$ durch.
- Wiederholen Sie alle drei Messungen ($U_{x(SS)}$, $U_{y(SS)}$, $U_{z(SS)}$) für die zweite Spule.

Hinweis:

Hauptfehlerquelle ist die Verzerrung des magnetischen Feldes durch aufmagnetisierte Stahlteile in der Umgebung der Leiterschleife.
Führen Sie deshalb diesen Versuch an mindestens zwei weiteren Orten durch.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe: Bestimmung des Erdmagnetfeldes B_E und des Inklinationwinkels Ψ mit unterschiedlichen Induktionsspulen an verschiedenen Messorten

- Beachten Sie die am Messverstärker und am TY-Schreiber eingestellten Größen!
- Nutzen Sie zur Bestimmung der Schwingungsdauer T und den Spannungsamplituden ($U_{x(SS)}$, $U_{y(SS)}$, $U_{z(SS)}$) aus den aufgenommenen Diagrammen alle aufgezeichneten Perioden.
- Berechnen Sie das Erdmagnetfeld B_E für beide Spulen bzw. für die unterschiedlichen Messorte und den Inklinationwinkel Ψ
- Schätzen Sie für **eine Messung** die auftretenden Abweichungen unter Verwendung der aufgenommenen Messwerte ab und berechnen Sie die Messunsicherheiten durch eine Fehlerrechnung.

Hinweis zur Berechnung:

Bestimmen Sie zunächst die Abweichung des Zählers und des Nenners der Formel ausdrücke, dann aus diesen die Messunsicherheit des gesuchten Wertes.

- Vergleichen Sie die Messergebnisse des Inklinationwinkels mit denen einer direkten Messung mittels eines Inklinatoriums. Diskutieren Sie das Messergebnis.