

Die Induktionsspannung wird in Abhängigkeit von Magnetfeldgrößen und Induktionsspulenarten untersucht und die Messergebnisse mit den theoretischen Aussagen verglichen.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Induktionsgesetz

Michael Faraday (1791 bis 1867) erkannte 1831: Jede zeitliche Änderung des magnetischen Flusses Φ , der eine geschlossene Leiterschleife mit N Windungen durchsetzt, induziert eine elektrische Spannung U_{ind} .

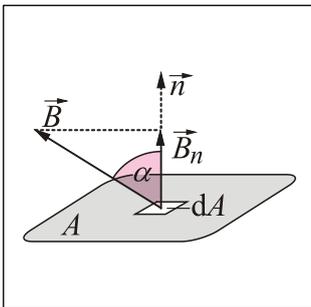


Bild 1: Beliebige orientierte Leiterschleife im Magnetfeld

$$U_{ind} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

Der magnetische Fluss Φ durch eine Fläche A ist definiert als

$$\Phi = \int_A B \cdot \cos \alpha \cdot dA \quad (2)$$

Ist die magnetische Flussdichte \vec{B} innerhalb der Fläche A räumlich konstant, gilt:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha = B_n \cdot A \quad (3)$$

B_n ist der Anteil von \vec{B} , der A senkrecht durchdringt. Das Minuszeichen in Gl.(1) bedeutet, dass der Richtungssinn von U_{ind} entgegengesetzt dem Umlaufsinn gemäß der Rechtsschrauben-Regel ist, die den positiven Umlaufsinn für eine Änderung der Normalkomponente $d\vec{B}_n$ festlegt (**Bild 2**).

Dementsprechend kann man sich eine Ersatzspannungsquelle im Leiterkreis vorstellen. Daraus folgt, dass der Strom aufgrund der induzierten Spannung U_{ind} den magnetischen Fluss schwächt, also seiner Ursache entgegenwirkt (*Lenzsche Regel*).

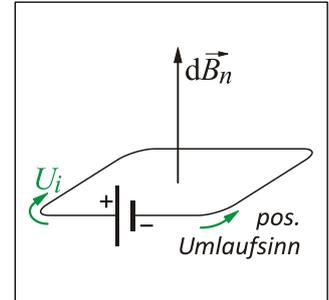


Bild 2: Richtungsfestlegung

1.2 Die Helmholtz-Spule

Stehen sich zwei gleiche, hintereinander geschaltete flache Kreisspulen parallel und coaxial gegenüber, so dass ihr Abstand a gleich dem Spulenradius r ist, so ist die Flussdichte zwischen den Spulen entlang der Mittelachse nahezu konstant, das Feld näherungsweise **homogen**. Dieses Spulenpaar nennt man **Helmholtz-Spule**.

Für den Bereich zwischen den Spulen gilt dann:

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 \cdot \frac{N_H}{r} \cdot I \quad (4)$$

N_H : Windungszahl eines Spulenkörpers

r : Spulenradius

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

1.3 Induktionsvorgang

Zur Messung der Induktionsspannung wird eine Leiterschleife in Form einer Spule (**Sekundär- oder Induktionsspule mit N_1 Windungen**) in den homogenen Feldbereich der Helmholtz-Spule (**Primärspule**) gebracht. Hierbei ändern sich A_1 und $\alpha = 0^\circ$ zeitlich nicht. Deshalb ergibt sich als induzierte Spannung mit Gl. (1) und (3):

$$U_{ind} = -N_1 \cdot A_1 \cdot \frac{dB}{dt} \quad (5)$$

Mit Gleichung (4) ergibt sich

$$U_{ind} = -\frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 \cdot N_1 \cdot A_1 \cdot \frac{N_H}{r} \cdot \frac{dI}{dt} \quad (6)$$

Fließt durch die Primärspule ein Wechselstrom I der Kreisfrequenz ω ($I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$), so entsteht in der Sekundärspule eine induzierte Spannung:

$$U_{ind} = -\frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 \cdot N_1 \cdot A_1 \cdot \frac{N_H}{r} \cdot I_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (7)$$

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Wie groß ist die maximale Magnetflussdichte B eines Helmholtz-Spulenpaares mit einer Gesamtwindungszahl von $N_H=250$ Wdg. und einem mittleren Spulendurchmesser $d=300$ mm, wenn durch sie ein Strom von $I_{eff}=2$ A fließt?

Aufgabe 2: Wie groß ist die induzierte Spannung $U_{ind(eff)}$ bei gleicher Anordnung der Helmholtz-Spulen wie in **Aufgabe 1**, wenn in der Mitte dieser Spulen eine weitere kleinere Spule mit $N_1=1000$ Wdg. und einer Querschnittsfläche von $A_1=100$ cm² angebracht ist? Beachten Sie die Netzfrequenz von $f=50$ Hz ($\omega = 2\pi \cdot f$).

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Helmholtz-Spule, verschiedene Induktionsspulen, Funktionsgenerator, Stromversorgungsgerät, Strommesser, Spannungsmesser, Teslameter

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Untersuchung der magnetischen Flussdichte B

Aufgabe 1a: Messungen des Betrages der magnetischen Flussdichte B mit einem Teslameter entlang der Rotationsachse einer Helmholtz-Spule (**Bild 3**) durch Variieren von der Eindringtiefe der Hallsonde Δx

- Die Helmholtz-Spulen sind hintereinandergeschaltet und in Reihe mit einem Strommesser am Ausgang AC (*Wechselspannung*) des Stromversorgungsgerätes angeschlossen.
- Stellen Sie den Strom der Helmholtz-Spulen **auf ca. 1 A** ein.
- Notieren Sie diesen eingestellten Wert I .

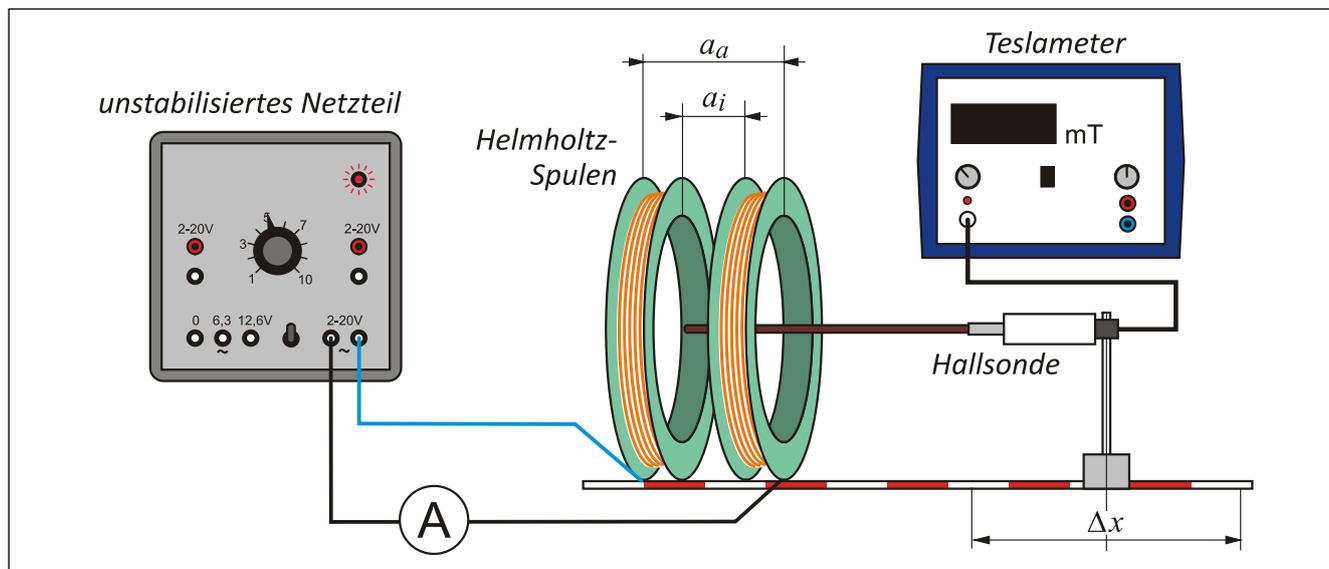


Bild 3: Versuchsaufbau **Aufgabe 1**

- Schieben Sie die Sonde des Teslameters in **2 cm-Schritten** entlang der Rotationsachse durch die Helmholtz-Spule und messen Sie jeweils die magnetische Flussdichte B .
- Beginnen Sie dabei in der Mitte zwischen den beiden Spulen.
- Messen Sie nach links (–) und nach rechts (+) jeweils **bis 24 cm** nach der Mittelstellung.
- Bestimmen Sie den mittleren Abstand a der Helmholtz-Spulen durch Ausmessen des inneren und äußeren Abstandes der beiden Spulen.

Aufgabe 1b: Messungen des Betrages der magnetischen Flussdichte B im homogenen Bereich der Helmholtz-Spulen als Funktion des Primärstromes I

- Platzieren Sie die Messsonde in der Mitte zwischen den Spulen entlang der Rotation.
- Messen Sie für alle möglichen Schalterstellungen am Stromversorgungsgerät den Primärspulenstrom I und die magnetische Flussdichte B .

Aufgabe 2: Untersuchung der Induktionsspannung U_{ind}

Aufgabe 2a: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Stromstärke I

- Positionieren Sie die Induktionsspule in die vorgesehene Halterung zwischen den beiden Spulenringen der Helmholtz-Spule (**Bild 4**). Eine Verbindung zum Spannungsmessgerät für die induzierte Spannung U_{ind} ist dann vorhanden.
- Der Anschluss der Helmholtz-Spule am regelbaren Wechselspannungsausgang des Stromversorgungsgerätes (**Anschluss wieder mit Strommessgerät**) verbleibt wie in **Aufgabe 1**.
- Messen Sie für alle möglichen Schalterstellungen am Stromversorgungsgerät den Primärspulenstrom I und die Induktionsspannung U_{ind} .
- Verwenden Sie für die Messung die Induktionsspule $N_1=600$ Wdg, $A_1=60$ cm².

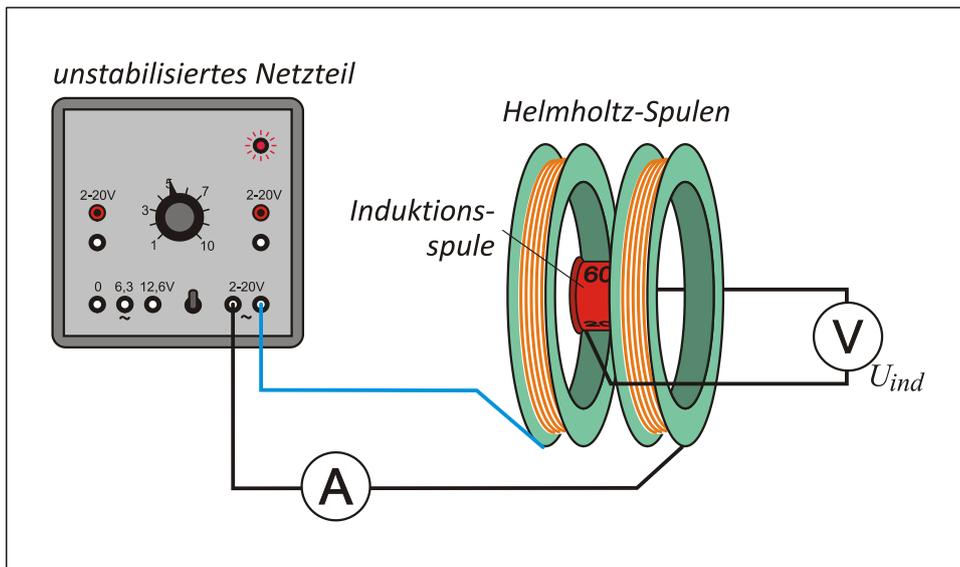


Bild 4: Versuchsaufbau
Aufgabe 2

Aufgabe 2b: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Windungszahl der Induktionsspule N_1

- Die große Induktionsspule ($A_1 = 60 \text{ cm}^2$) von **Aufgabe 2a** bleibt zunächst in der vorgesehenen Halterung zwischen den beiden Helmholtz-Spulen.
- Variieren Sie die Windungszahlen $N_1 = (600; 400 \text{ und } 200) \text{ Wdg.}$ bei konstantem Erregerstrom **von ca. $I = 1 \text{ A}$** in dem Sie die zu untersuchende Windungszahl der große Induktionsspule auf die vorgesehene Halterung stecken und messen Sie jeweils die Induktionsspannung U_{ind} .

Aufgabe 2c: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Querschnittsfläche der Induktionsspule A_1

- Stecken Sie nacheinander die verschiedenen Induktionsspulen der Querschnittsfläche $A_1 = (60, 40 \text{ und } 20) \text{ cm}^2$ in die vorgesehene Halterung zwischen den beiden Helmholtz-Spulen und messen Sie jeweils die Induktionsspannung U_{ind} .
- Die Windungszahl $N_1 = 600 \text{ Wdg.}$ und der Erregerstrom **von ca. $I = 1 \text{ A}$** bleiben nun konstant.

Aufgabe 2d: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Frequenz f des Magnetfeldes

- Tauschen Sie das Stromversorgungsgerät mit dem Frequenzgenerator aus (*Strommessgerät bleibt aber angeschlossen!*).
- Verwenden Sie für die Messung die Induktionsspule $N_1 = 600 \text{ Wdg.}, A_1 = 60 \text{ cm}^2$.
- Variieren Sie die Frequenz f **von (100 ... 1000) Hz** in **100 Hz-Schritten** und messen Sie jeweils die Induktionsspannung U_{ind} .
- Halten Sie dabei den Primärspulenstrom konstant (*Wert am Versuchsplatz angeben*).

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Untersuchung der magnetischen Flussdichte B

Aufgabe 1a: Messungen des Betrages der magnetischen Flussdichte B mit einem Teslameter entlang der Rotationsachse einer Helmholtz-Spule (**Bild 3**) durch Variieren von der Eindringtiefe der Hallsonde Δx .

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $B = f(\Delta x)$ (Δx : Stellung des Messensors) graphisch dar.
- Markieren Sie die Spulenlage und tragen Sie den theoretischen Wert mit in das Diagramm ein.
- Vergleichen und diskutieren Sie den gemessenen mit dem nach Gleichung (4) berechneten Wert.
- Zur Berechnung benötigen Sie die Windungszahl N_H und den Spulenradius r (am Versuchstisch).

Aufgabe 1b: Messungen des Betrages der magnetischen Flussdichte B im homogenen Bereich der Helmholtz-Spulen als Funktion des Primärstromes I

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $B = f(I)$ graphisch dar und tragen Sie die berechnete theoretische Abhängigkeit nach Gleichung (4) mit ein.

Aufgabe 2: Untersuchung der Induktionsspannung U_{ind}

Aufgabe 2a: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Stromstärke I

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $U_{ind} = f(I_{eff})$ graphisch dar.

Aufgabe 2b: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Windungszahl der Induktionsspule N_1

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $U_{ind} = f(N_1)$ graphisch dar.

Aufgabe 2c: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Querschnittsfläche der Induktionsspule A_1

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $U_{ind} = f(A_1)$ graphisch dar.

Aufgabe 2d: Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind} als Funktion der Frequenz f des Magnetfeldes

- Stellen Sie die Messergebnisse in einem Diagramm der Funktion $U_{ind} = f(f)$ graphisch dar.

Hinweis:

Die folgenden Aufgabenstellungen beziehen sich auf die komplette **Aufgabe 2**.

- Tragen Sie die berechnete theoretische Abhängigkeit nach Gleichung (7) mit in das Diagramm ein.
- Entnehmen Sie die dazu benötigten Größen eigenständig dem Versuchsaufbau.
- Zeichnen Sie die Regressionsgeraden ein und bestimmen Sie jeweils die Anstiege.
- Vergleichen Sie die Ergebnisse (*Theorie-Praxis-Vergleich*) mit einander.

3. Ergänzung

3.1 Vertiefende Fragen

Warum ist es unmöglich, ein Perpetuum Mobile so zu entwerfen, dass durch die induzierte Spannung ein Strom fließt, der das Magnetfeld verstärken könnte, um wieder weitere Spannung zu induzieren?

Ergänzende Bemerkungen:

3.2 Effektivwerte bei Wechselstromgrößen

In einer Reihe von Anwendungen wie z.B. für Heizzwecke, aber auch bei der Messung von Wechselstromgrößen kommt nur den **Effektivwerten** von Spannung (U_{eff}) und Strom (I_{eff}) eine Bedeutung zu, nicht den rasch wechselnden Momentanwerten

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Die Effektivwerte entsprechen einem Gleichstrom, der an einem Widerstand R dieselbe mittlere Leistung

$$P = R \cdot I_{eff}^2 = \frac{U_{eff}^2}{R}$$

erbringen würde wie der tatsächliche Wechselstrom.

$$P = R \cdot I_{eff}^2 = R \cdot I_0^2 \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot I_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot I_0$$

Es gilt also:

$$I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_0 = 0,707 \cdot I_0,$$

$$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_0 = 0,707 \cdot U_0$$

Hinweis: Die gemessenen Strom- und Spannungswerte sind bei allen Aufgaben dieses Versuches **Effektivwerte** und müssen bei den Berechnungen nach Gleichung (7) wie folgt berücksichtigt werden:

$$U_{ind} = -\frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 \cdot N_1 \cdot A_1 \cdot \frac{N_H}{r} \cdot \omega \cdot I_{eff} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}; f=50 \text{ Hz}$$