

In diesem Versuch ist die Abhängigkeit der Kapazität eines Plattenkondensators von den Parametern Größe und Plattenabstand nachzuweisen sowie der Einfluss von unterschiedlichen Dielektrika ist zu untersuchen.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Kondensator und Kapazität

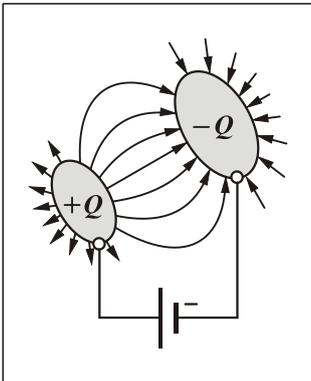


Bild 1: Kapazität beliebiger Körper

Kondensatoren sind zwei gegeneinander isolierte, entgegengesetzt geladene Leiteroberflächen beliebiger Geometrie, zwischen denen eine Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ oder eine Spannung U herrscht, wie in **Bild 1** gezeigt wird. Die Geometrie und der Abstand der Leiteroberflächen bestimmen die Ladungstrennarbeit und damit die Spannung U , die je getrennter Ladungsmenge Q entsteht. Das Maß dafür ist die Kapazität C des Kondensators. Es gilt

$$C = \frac{Q}{U} \quad (1)$$

Die Einheit der Kapazität ist das Farad: $[C] = F = A \cdot s \cdot V^{-1}$. Ein Farad ist eine sehr große Einheit; in der Praxis sind kleinere Einheiten (μF , nF oder pF) üblich.

1.2 Kapazität eines Plattenkondensators im Vakuum

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei parallelen Platten der Fläche A , die in einem Abstand d angeordnet sind. Ist der Zwischenraum evakuiert und liegt zwischen den Platten eine Spannung U , dann herrscht im Zwischenraum an jeder Stelle dieselbe elektrische Feldstärke mit dem Betrag

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A} \quad \varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} : \text{elektrische Feldkonstante} \quad (2)$$

Die elektrische Feldstärke ist ein Vektor und zeigt von der positiven zur negativen Ladung. Zur Spannung U zwischen den Platten besteht die Relation:

$$E = \frac{U}{d} \quad (3)$$

Aus den Gleichungen (2) und (3) folgt die Kapazität des Plattenkondensators C_{Pl} :

$$C_{Pl} = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad (4)$$

1.3 Schaltung von Kapazitäten

Man unterscheidet bei der Zusammenschaltung von Kondensatoren zwei Arten – Parallel- bzw. Reihenschaltung. Daraus ergibt sich folgendes für die Bestimmung der Gesamtkapazitäten:

Parallelschaltung:
$$C_{ges} = \sum_{i=1}^n C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (5)$$

Reihenschaltung:
$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$C_{ges} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \right)^{-1} \quad (6)$$

Isolator im elektrischen Feld

In Isolatoren sind die Ladungsträger nicht frei beweglich, sondern nur in Grenzen verschiebbar. Deshalb ist auch das Innere eines Isolators im elektrischen Feld nicht feldfrei. Das Feld greift gleichsam durch den Isolator hindurch. Solche Stoffe werden deshalb auch **Dielektrika** genannt.

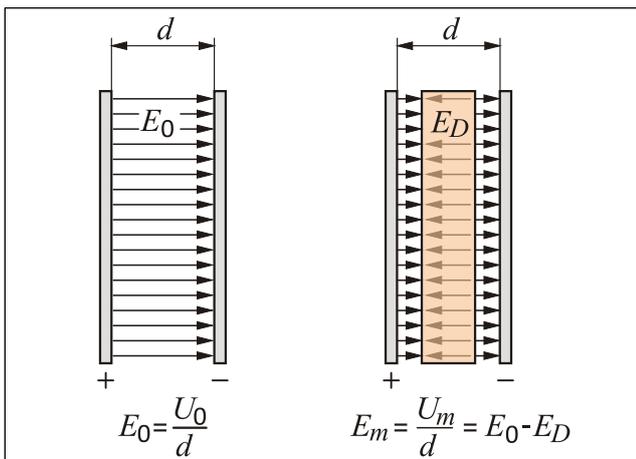


Bild 2 zeigt die Vorgänge in einem Plattenkondensator. Die Spannung U_0 wird von außen an den Kondensator ohne Dielektrikum angelegt. Das führt im Kondensatorinneren zur Feldstärke

$$E_0 = \frac{U_0}{d} .$$

Nun wird die Spannungsquelle entfernt und ein Dielektrikum zwischen die Platten gebracht. Dadurch verschieben sich die Ladungen auf dem Isolator, so dass ein geringeres Feld E_m im Dielektrikum herrscht. Es gilt:

$$\frac{E_0}{E_m} = \frac{U_0}{U_m} = \epsilon_r \quad (7)$$

Bild 2: Feldverlauf im Plattenkondensator ohne und mit Dielektrikum

Die Größe ϵ_r wird **Permittivitätszahl** oder **relative Dielektrizitätszahl** genannt und ist dimensionslos. Ihr Wert ist stets ≥ 1 (Vakuum $\epsilon_r=1$, siehe auch Anhang **Tabelle 1**).

Im übrigen Kondensatorraum bleibt das Feld auf dem Wert E_0 . Wegen $C = Q \cdot U^{-1}$ führt dies bei konstanter Ladung zu einer erhöhten Kapazität C_m :

$$\frac{C_m}{C_0} = \epsilon_r,$$

$$C_m = \epsilon_r \cdot C_0 = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = \epsilon \cdot \frac{A}{d} \quad (8)$$

mit
$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (9)$$

als **Permittivität**.

Wird ein Dielektrikum in ein elektrisches Feld gebracht, so nimmt die elektrische Feldstärke gegenüber der des Vakuums um das ϵ_r -fache ab, während die Kapazität durch das Einbringen des Dielektrikums auf das ϵ_r -fache steigt.

Wie **Bild 2** zeigt, wird die ursprüngliche Feldstärke E_0 um das Gegenfeld E_p , d.h. um das elektrische Feld der Polarisationsladung im Dielektrikum geschwächt:

$$E_m = \frac{E_0}{\epsilon_r} = E_0 - E_P \quad (10)$$

Entfernt man das Dielektrikum, steigt die Spannung wieder auf den ursprünglichen Wert U_0 . Dem Kondensator ist also keine Ladung entzogen worden.

Wird der Kondensator mit dem Dielektrikum anschließend wieder an die Spannungsquelle angeschlossen, können so viele Ladungen auf die Plattenoberfläche des Kondensators nachfließen, dass das Polarisationsfeld E_P kompensiert wird und wieder das ursprüngliche Feld vorherrscht. Es ist jetzt

$$Q_m = C_m \cdot U = \epsilon_r \cdot Q_0 \quad (11)$$

auf den Platten.

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Leiten Sie die Gleichung für die Reihen- bzw. Parallelschaltung von 2 Plattenkondensatoren nach Gleichung (4) her (*aus den geometrischen Abmaßen*).

Aufgabe 2: Zwei Plattenkondensatoren quadratischer Ladungsfläche (Kantenlänge $a_1=50$ cm, $a_2=25$ cm) aber mit gleichem Plattenabstand ($d=2$ mm), werden zum einen miteinander in Reihe und zum anderen parallel geschaltet. Dazu wird eine Gleichspannung von $U=400$ V an die Kondensatoren gelegt.

- Berechnen Sie die Gesamtkapazitäten C für die Reihen- bzw. die Parallelschaltung.
- Welche Ladungen Q werden bei der Reihen- bzw. bei der Parallelschaltung aufgenommen?

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Kondensatorplatten auf Reitern, Abstandshalter, Metallschiene, Glasplatte, Polystyrolplatte, Netzgerät, Ladungsmessgerät, 2 Taster, Kabel, Widerstand $1 \text{ M}\Omega$

2.2.2 Versuchshinweise

- Überprüfen Sie den Versuchsaufbau (**Bild 3**).
- Setzen Sie die Abstandshalter für die gewünschten Abstände auf die Ecken der Platten auf. (*siehe Bild 4*).
- Stellen Sie den Messverstärker auf Ladungsmessung ein (*Messbereich zu Beginn: $10^{-8} \text{ A}\cdot\text{s}$*).

Hinweis:

Bei Änderung des Messbereiches ist die Messung zu wiederholen!

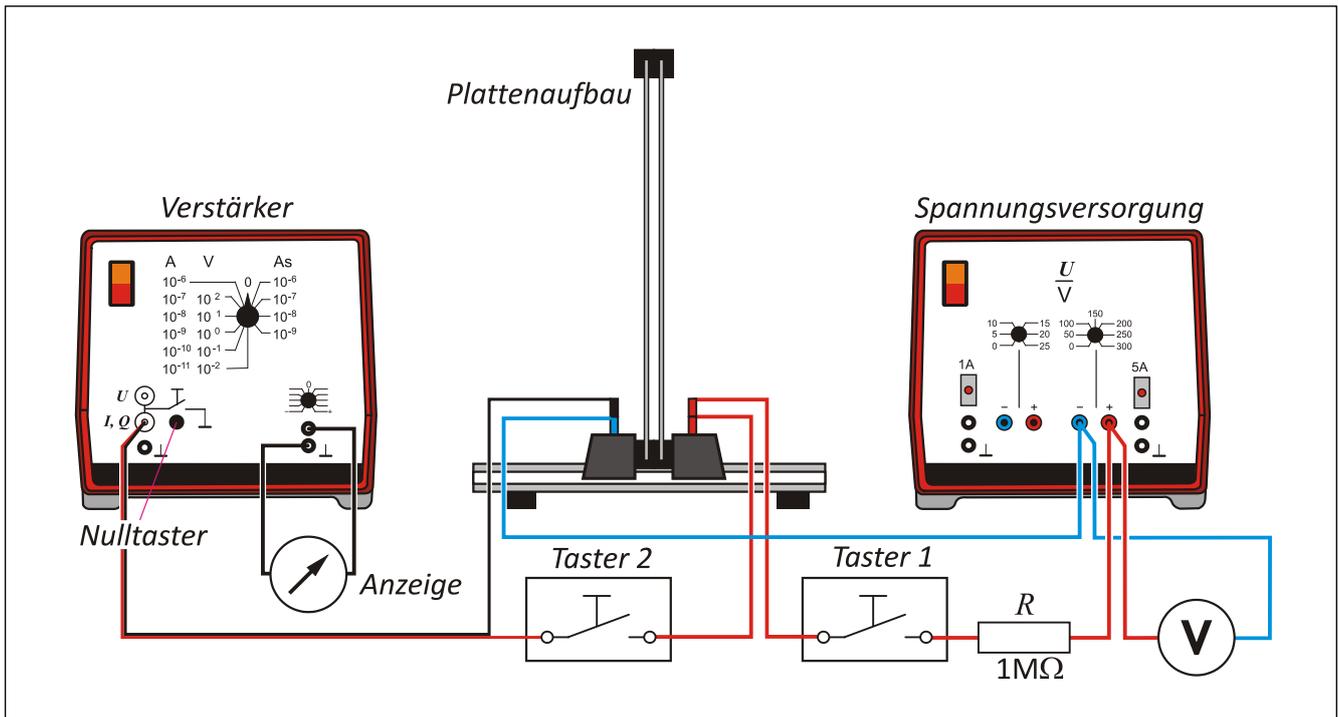


Bild 3: Versuchsaufbau

Aufgabe 1: Ermittlung der Kapazität zweier Platten mit zwei unterschiedlichen Methode

a) aus Ladungsmenge und Spannung

- Messen Sie die speicherbare Ladungsmenge Q eines Kondensators in Abhängigkeit von der angelegten Spannung U für **zwei** Plattengrößen der Fläche A bei konstantem Plattenabstand ($d = (6 \pm 0,5) \text{ mm}$ siehe Bild 4).
- Stellen Sie die Gleichspannung am Netzgerät ein (von (20 bis 160) V in 20 V-Schritten).
- Kontrollieren Sie die Einstellung mit Hilfe des Voltmeters.
- Zur Aufladung des Kondensators halten Sie den **Taster 1** für eine Zeit von 20 s gedrückt.
- Setzen Sie mit dem **Nulltaster** (am Messverstärker) den Messverstärker zurück
- Drücken Sie dann den **Taster 2** so lange, bis stabiler Messwert angezeigt wird.
- Lesen Sie den Ladungswert am Messinstrument des Messverstärkers ab.
- Mit Betätigung des **Nulltasters** (am Messverstärker) setzen Sie die Anzeige wieder auf Null.
- Stellen Sie den nächsten Spannungswert ein und wiederholen Sie den Messvorgang in gleicher Weise.

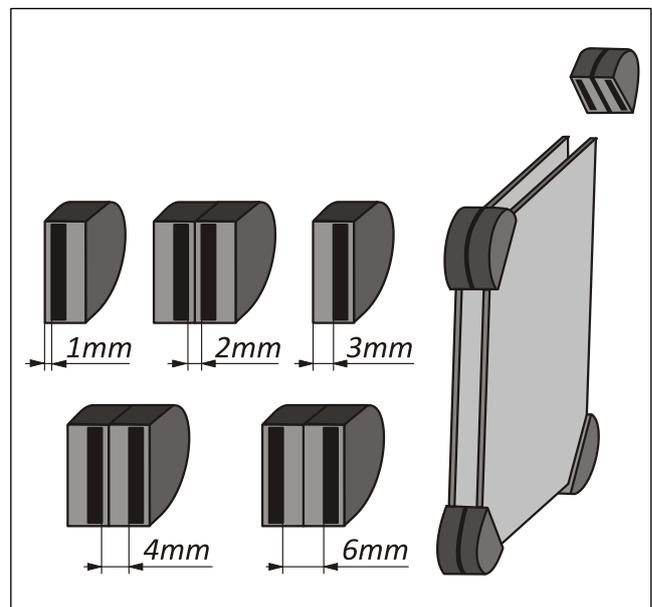


Bild 4: Verwendung der Abstandshalter

b) aus den geometrischen Abmessungen

- Bestimmen Sie die Kantenlänge a der beiden Kondensatorplatten (*groß und klein*).

Aufgabe 2: Kapazität in Abhängigkeit vom Plattenabstand

- Bestimmen Sie die Kapazität C eines Kondensators in Abhängigkeit vom Plattenabstand d bei konstanter Spannung U .
- Verwenden Sie für diese Aufgabe die großen Kondensatorplatten.
- Stellen Sie eine konstante Spannung von $U=100\text{ V}$ ein.
- Führen Sie die Aufnahme des ersten Ladungswertes wie bei **Aufgabe 1** durch.
- Setzen Sie die Abstandshalter für den nächsten Plattenabstand auf die Plattenkanten.
- Wiederholen Sie die Messung bei konstanter Spannung.
- Variieren Sie die Abstandshalter nach **Bild 4** (Plattenabstände $d=(1, 2, 3, 4 \text{ und } 6)\text{mm}$)

Aufgabe 3: Messung der Kapazität mit unterschiedlichen Dielektrika

- Bestimmen Sie die Kapazität C eines Kondensators unter Verwendung unterschiedlicher Dielektrika.
- Verwenden Sie für diese Aufgabe die großen Kondensatorplatten.
- Stellen Sie eine konstante Spannung von $U=100\text{ V}$ ein.
- Bestimmen Sie bei konstantem Abstand $d=4\text{ mm}$ die Ladung wie bei **Aufgabe 1** mit folgenden Dielektrika zwischen den Platten:
 - Luft
 - Glas
 - Polystyrol

Aufgabe 4: Gesamtkapazitäten von Reihen- und Parallelschaltung

- Ermitteln Sie die Gesamtkapazitäten C_{ges} der beiden Plattenkondensatoren bei einer Reihen- bzw. Parallelschaltung. Verfahren Sie analog zur **Aufgabe 1**.
- Wählen Sie den Plattenabstand von $d=3\text{ mm}$.
- Stellen Sie eine Spannung von $U=100\text{ V}$ ein.

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Ermittlung der Kapazität zweier Platten mit zwei unterschiedlichen Methode

- Stellen Sie die Ergebnisse der beiden Kondensatorplatten als Funktion $Q = f(U)$ in einem Diagramm graphisch dar. Zeichnen Sie die Regressionsgraden ein, tragen Sie die Abweichungen $u(Q)$ und $u(U)$ als Fehlerbalken an und bestimmen Sie die relativen Abweichungen für die Ladung Q und die Spannung U .
- Berechnen Sie die Kapazitäten C der beiden Kondensatoren
 - a) aus den Anstiegen des Graphen
 - b) sowie aus den geometrischen Abmessungen (Fläche A und Plattenabstand d).
- Bestimmen Sie die Messunsicherheiten der Kapazitäten für beide Messmethoden durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*) und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 2: Kapazität in Abhängigkeit vom Plattenabstand

- Weisen Sie das Abstandsgesetz nach, in dem Sie die Funktion $C = f(d)$ (*linear und doppelt-logarithmisch*) sowie die Funktion $C = f(d^{-1})$ (*nur linear*) graphisch darstellen.
- Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 3: Messung der Kapazität mit unterschiedlichen Dielektrika

- Berechnen Sie aus den Messergebnissen die Permittivitätszahl ϵ_r nach Gleichung (8) und vergleichen Sie diese mit Tabellenwerten.
- Geben Sie die Messunsicherheit durch eine Fehlerrechnung (*absolut und relativ*) für ϵ_r unter Verwendung der Ergebnisse aus **Aufgabe 1** an.

Aufgabe 4: Gesamtkapazitäten von Reihen- und Parallelschaltung

- Berechnen Sie die Gesamtkapazitäten für die Reihen- bzw. die Parallelschaltung der Plattenkondensatoren
 - a) aus den ermittelten Messwerten (*Spannung U und Ladung Q*),
 - b) sowie aus den geometrischen Abmessungen (*Fläche A und Plattenabstand d*).
- Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse.

3. Ergänzung**3.1 Vertiefende Fragen**

- Berechnen Sie quantitativ für beide Plattenkondensatoren den Energieinhalt unter Verwendung des Diagramms aus **Aufgabe 1a** (*bei $U=150V$*).

3.2 Permittivitätszahlen einiger Materialien

<i>Material</i>	ϵ_r	<i>Material</i>	ϵ_r
<i>Luft</i>	1,000576*	<i>Quarzglas</i>	4
<i>SO₂</i>	1,0099*	<i>Glas</i>	3 bis 15
<i>Petroleum</i>	2,1	<i>Al₂O₃</i>	12
<i>Papier</i>	1,2 bis 3	<i>Wasser</i>	81,6
<i>Paraffin</i>	2,2	<i>Titandioxid</i>	89 bis 173
<i>Polystyrol</i>	2,3 bis 2,8	<i>Bariumtitanat</i>	etwa 3000
<i>Kondensatorpapier</i>	4 bis 6		

Tabelle 1: Permittivitätszahlen einiger Materialien (*bei 20°C*)* *bei 0°C und 1013 kPa*