

Es sollen experimentelle Untersuchungen zu den Kirchhoffschen Gesetzen und zum Innenwiderstand von Spannungsquellen durchgeführt werden.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

In einem metallischen Leiter konstanter Temperatur ist die Stromstärke I proportional zur angelegten Spannung U (**Ohmsches Gesetz**). Der konstante Quotient

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = \Omega \quad (1)$$

heißt der elektrische Widerstand.

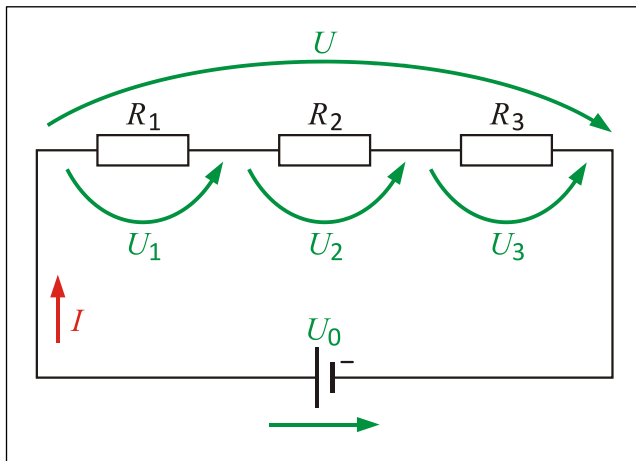


Bild 1: Reihenschaltung von drei Widerständen

Werden in einem unverzweigten Stromkreis (**Reihen- oder Serienschaltung**) eine Anzahl n von Widerständen in Reihe geschaltet, so fließt durch jeden Widerstand der gleiche Strom. Es muss also an jedem Widerstand R_i die Teilspannung

$$U_i = R_i \cdot I \quad (2)$$

abfallen. Nach dem **2. Kirchhoffschen Gesetz** ist die Summe aller Teilspannungen gleich der anliegenden Gesamtspannung:

$$\sum_{i=1}^n U_i = U_0. \quad (3)$$

Der Ersatzwiderstand der Reihenschaltung ist dann

$$R_{ers} = \frac{U_0}{I} = \sum_{i=1}^n R_i. \quad (4)$$

Bei der **Parallelschaltung** liegt an jedem Widerstand die gleiche Spannung U_0 an, so dass durch einen Widerstand R_i der Teilstrom

$$I_i = \frac{U}{R_i} \quad (5)$$

fließt. Die Summe aller Teilströme ergibt nach dem **1. Kirchhoffschen Gesetz** den Gesamtstrom

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = U_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (6)$$

und somit ist der Ersatzwiderstand R_{ers} :

$$\frac{1}{R_{ers}} = \frac{I}{U_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (7)$$

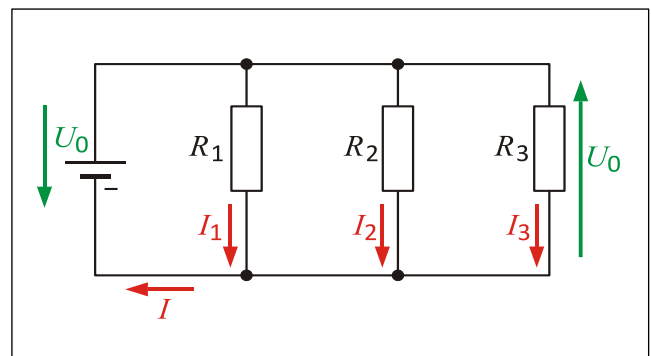


Bild 2: Parallelschaltung von drei Widerständen

1.2 Die Leistung am Ohmschen Widerstand

Die elektrische Leistung P , die an einem Widerstand R in Wärme umgewandelt wird, ist

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R. \quad (8)$$

Da bei der Reihenschaltung durch jeden Widerstand der gleiche Strom fließt, fällt am größten Teilwiderstand auch die größte Teileistung an. Anders bei der Parallelschaltung, hier ist die Spannung an jedem Teilwiderstand gleich, so dass am kleinsten Teilwiderstand die größte Leistung umgesetzt wird.

1.3 Der Innenwiderstand von Spannungsquellen

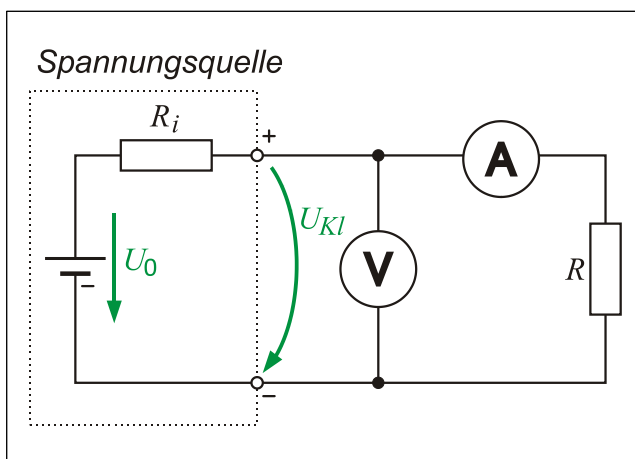


Bild 3: Zum Innenwiderstand von Spannungsquellen

Wird an eine Spannungsquelle ein Verbraucher R angeschlossen, so sinkt im allgemeinen die Ausgangsspannung ab. Ursache hierfür ist der Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle, der mit dem äußeren Verbraucher in Reihe geschaltet ist.

Besitzt die unbelastete Spannungsquelle die **Leerlaufspannung** U_0 , so ist die **Klemmenspannung** U_{Kl} am Anschluss der belasteten Spannungsquelle

$$U_{Kl} = U_0 - R_i \cdot I. \quad (9)$$

Bei einem **Kurzschluss** ist $U_{Kl} = 0$, die gesamte Spannung fällt also bereits über dem Innenwiderstand ab.

1.4 Messungen an Widerständen

Die gleichzeitige Bestimmung des Spannungsabfalls über einen Widerstand und des durch diesen fließenden Strom kann in zwei Schaltungsvarianten erfolgen:

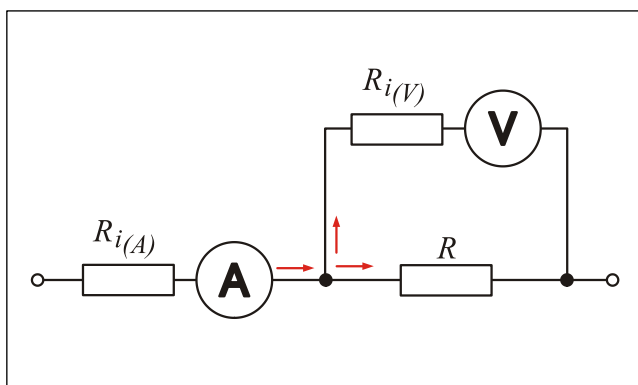


Bild 4a: Spannungsrichtige Schaltung

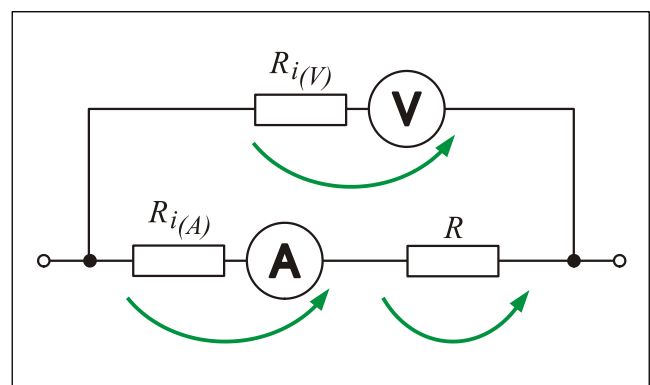


Bild 4b: Stromrichtige Schaltung

Innenwiderstände vom Strom- bzw. Spannungsmessgerät werden in den **Bildern 4a** und **4b** als $R_{i(V)}$ und $R_{i(A)}$ bezeichnet.

1.5 Messbereichserweiterung

Bei einem **Spannungsmesser** wird ein Vorwiderstand R_R in Reihe zum Messwerk geschaltet und damit der Spannungsmessbereich erweitert. Bei einer Erweiterung von U_V auf U_{ges} ist zu wählen:

$$R_R = R_{iV} \cdot \frac{U_{ges} - U_V}{U_V} \quad (10)$$

Der Messbereich eines **Strommessers** kann durch einen parallel zum Messwerk geschalteten Messwiderstand R_S („Shunt“) erweitert werden. Will man von einem Strombereich I_A auf den Bereich I_{ges} erweitern, so ist ein Shunt mit dem Wert

$$R_S = R_{iA} \cdot \frac{I_A}{I_{ges} - I_A} \quad (11)$$

zu verwenden.

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe 1: Berechnung der Innenwiderstände

- Ein Widerstand von $R=1 \text{ k}\Omega$ wurde (*entsprechend Bild 4a und 4b*) mit Strom- und Spannungsmessung in spannungsrichtiger bzw. stromrichtiger Schaltung ermittelt.
- Wie groß müssen die Innenwiderstände der Messgeräte $R_{i(V)}$ und $R_{i(A)}$ sein, um den Widerstand R mit einer Genauigkeit $\leq 1\%$ zu bestimmen?
Systematische Abweichungen der Messgeräte können dabei vernachlässigt werden.

Aufgabe 2: Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

- Berechnen Sie unter Verwendung der Kirchhoffschen Gesetze für eine **Reihenschaltung** die Teilspannungen ($U_1 \dots U_3$ bzw. $U_4 \dots U_6$), den Gesamtwiderstand R_{ges} und den wirksamen Strom I .
- Berechnen Sie unter Verwendung der Kirchhoffschen Gesetze für eine **Parallelschaltung** die Teilströme ($I_1 \dots I_3$ bzw. $I_4 \dots I_6$) und den daraus resultierenden Gesamtstrom I_{ges} sowie den Gesamtwiderstand R_{ges} .
- Widerstandswerte: $(R_1 \dots R_3) (100, 220, 470) \Omega$ (Nennlast jeweils $P_N=2 \text{ W}$)
 $(R_4 \dots R_6) (100, 220, 470) \text{ k}\Omega$ (Nennlast jeweils $P_N=0,5 \text{ W}$)
- Gesamtspannung: $U_{ges}=10 \text{ V}$.
- Schätzen Sie ab, ob die angegebenen Nennlastgrenzen der vorgegebenen Widerstände für Reihen- bzw. Parallelschaltung ausreichend sind.
- Was passiert, wenn Sie bei der Reihenschaltung gleichzeitig den Strom und bei der Parallelschaltung die Spannung mit messen? Begründen Sie Ihre Annahme.

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Stabilisiertes Netzgerät, Netzgerät ohne Stabilisierung, 2 Vielfachmessgeräte MA 1H, Batterie, Schiebewiderstand, Widerstände, Widerstandsmessbrücke, Verbindungskabel

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

- Widerstandswerte: $(R_1 \dots R_3) (100, 220, 470) \Omega$ (Nennlast jeweils $P_N=2 \text{ W}$)
 $(R_4 \dots R_6) (100, 220, 470) \text{ k}\Omega$ (Nennlast jeweils $P_N=0,5 \text{ W}$)
- Stellen Sie eine Spannung von $U_{ges}=10 \text{ V}$ am stabilisierten Netzgerät ein.
- Messen Sie in Reihenschaltung den fließenden Gesamtstrom I_{ges} und die jeweiligen Teilspannungen ($U_1 \dots U_3$ bzw. $U_4 \dots U_6$).
- Messen Sie in Parallelschaltung den fließenden Gesamtstrom I_{ges} und die jeweiligen Teilströme ($I_1 \dots I_3$ bzw. $I_4 \dots I_6$).

Hinweis:

Beginnen Sie bei den Messungen immer mit dem größten Messbereich

- Notieren Sie bei allen Messungen die jeweiligen Messbereiche!

Aufgabe 2: Für zwei verschiedene Spannungsquellen (*Batterie und nicht stabilisiertes Netzgerät*) ist bei Änderung des Verbrauchers R (*Schiebewiderstand*) die Klemmenspannung U_{kl} in Abhängigkeit von der Stromstärke zu messen und graphisch darzustellen (siehe **Bild 3**).

Achtung:

Bitte die angegebenen maximalen Stromstärken einhalten!

- Bauen Sie die Schaltung entsprechend **Bild 3** auf (*Verbraucher R : Schiebewiderstand 15Ω*) und stellen Sie den Schiebewiderstand R zunächst auf Mittelstellung.
- Variieren Sie nun über den Schiebewiderstand R die Stromstärke I und lesen Sie den Strom I und die Klemmenspannung U_{kl} **bei 10** unterschiedlichen Widerstandsstellungen (*vor allem im Bereich größerer Änderung der Messwerte*) ab.
- Führen Sie die Messungen mit dem nicht stabilisierten Netzgerät und der Batterie durch.

Aufgabe 3: Bestimmung des Innenwiderstandes einer Batterie durch Leistungsanpassung

Hinweis:

Eine Leistungsanpassung ist dann gegeben, wenn der Außenwiderstand R und der Innenwiderstand der Batterie R_i gleich groß sind.

- Die Leerlaufspannung U_0 ist gleich der Klemmenspannung U_{kl} , da Sie hier die Spannung der Batterie mit einem Vielfachmessgerät ohne einen Verbraucher R messen.
- Belasten Sie nun die Spannungsquelle ohne Strommesser mit dem Verbraucher R (*Schiebewiderstand*) und verändern Sie diesen so, dass sich die Leerlaufspannung U_0 **halbiert**.

Für die Klemmenspannung folgt daraus:

$$U_{kl} = \frac{1}{2}U_0.$$

- Bestimmen Sie nun den eingestellten Widerstand R (*Benutzen Sie das Messgerät LRC 9063.*).

Aufgabe 4: Überprüfung der Messbereichserweiterung**a) Spannungsmessbereich**

- Schließen Sie ein Vielfachmessinstrument (*Spannungsmessbereich*) an die stabilisierte Spannungsquelle an.
- Stellen Sie eine Ausgangsspannung von $U=5\text{ V}$ ein.
- Schalten Sie einen Widerstand von $R=100\text{ k}\Omega$ bei unveränderter Spannungseinstellung *in Reihe* zum Vielfachmessgerät.
- Zu welchem Ergebnis kommen Sie?

b) Strommessbereich

- Schalten Sie ein Vielfachmessinstrument (*Strommessbereich*) mit dem Schiebewiderstand R *in Reihe*.
- Stellen Sie am stabilisierten Netzgerät eine Ausgangsspannung $U=5\text{ V}$ (*am Netzteil ablesen*) ein.
- Verändern Sie den Schiebewiderstand R so, dass Sie einen Stromwert von $I=0,5\text{ A}$ am Messgerät ablesen können.
- Messen Sie den Spannungsabfall über dem Strommesser parallel mit einem *zweiten* Vielfachmessgerät.
- Bestimmen Sie nun rechnerisch den Innenwiderstand R_i des verwendeten Strommessbereiches.

2.3 Versuchsauswertung**Aufgabe 1** Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen**a) Reihenschaltung:**

- Berechnen Sie aus den Teilspannungen $U_1 \dots U_3$ bzw. $U_4 \dots U_6$ die Gesamtspannung U_{ges} .
- Ermitteln Sie unter Einbeziehung der Innenwiderstände R_i die einzelnen Ersatzwiderstände R_{ers} (*Technische Kennwerte der Messgeräte, siehe Anhang*).
- Bestimmen Sie aus dem gemessenen Gesamtstrom I_{ges} und der einzelnen Ersatzwiderstände R_{ers} die einzelnen Ersatzspannungen U_{ers} sowie die Gesamtersatzspannung $U_{ges(ers)}$.
- Untersuchen und vergleichen Sie nun die berechneten Teil- und Gesamtspannungen mit den Ersatzteil- bzw. Gesamtersatzspannungen auf die Einhaltung des Kirchhoffschen Gesetzes (3).

b) Parallelschaltung:

- Berechnen Sie aus den Teilströmen $I_1 \dots I_3$ bzw. $I_4 \dots I_6$ den Gesamtstrom I_{ges} .
- Ermitteln Sie unter Einbeziehung der Spannungsabfälle U_A des Strommessers die Innenwiderstände R_i . (*Technische Kennwerte der Messgeräte, siehe Anhang*)
- Bestimmen Sie aus den einzelnen Teilwiderstände $R_1 \dots R_3$ bzw. $R_4 \dots R_6$ und den dazugehörigen Innenwiderständen R_i der Messbereiche die einzelnen Ersatzwiderstände R_{ers} .
- Ermitteln Sie die Ersatzteilströme I_{ers} aus der gemessenen Gesamtspannung U_{ges} und den Ersatzwiderständen R_{ers} .
- Untersuchen und vergleichen Sie nun die berechneten Teil- und Gesamtströme mit den Ersatzteil- bzw. Gesamtersatzströmen auf die Einhaltung des Kirchhoffschen Gesetzes (6).
- Ermitteln Sie (**Aufgabe 1a und 1b**) den jeweiligen Gesamtwiderstand R_{ges} .

Aufgabe 2 Ermittlung von Leerlaufspannung U_0 und Kurzschlussstrom I_K

- Stellen Sie für die Batterie und das nicht stabilisierte Netzgerät je ein Belastungsdiagramm der Funktion $U = f(I)$ graphisch dar.
- Ermitteln Sie aus beiden Diagrammen die Leerlaufspannung U_0 und den Kurzschlussstrom I_K sowie den daraus resultierenden Innenwiderstand R_i .
- Erstellen Sie aus dem Zusammenhang von Klemmenspannung U und Stromstärke I ein Leistungsdiagramm für die Spannungsquelle Batterie.

Stellen Sie in dem Leistungsdiagramm folgende Funktionen graphisch dar:

$$\frac{I}{I_K} = f\left(\frac{R}{R_i}\right); \quad \frac{U}{U_0} = f\left(\frac{R}{R_i}\right); \quad \frac{P}{P_0} = f\left(\frac{R}{R_i}\right)$$

I_K : Kurzschlussstrom, R_i : Innenwiderstand der Batterie, U_0 : Leerlaufspannung

$$P_0 = U_0 \cdot I_K = \frac{U_0^2}{R_i} = I_K^2 \cdot R_i$$

- Verwenden Sie zur Darstellung halblogarithmisches Papier $\left(\frac{I}{I_K}; \frac{U}{U_0}; \frac{P}{P_0}\right)$ linear, $\left(\frac{R}{R_i}\right)$ log.
- Diskutieren Sie die Kurvenverläufe.

Aufgabe 3: Bestimmung des Innenwiderstandes einer Batterie durch Leistungsanpassung

- Ermitteln Sie den Innenwiderstand R_i einer Batterie durch Leistungsanpassung.
- Vergleichen Sie diesen Wert mit dem in **Aufgabe 2**.

Hinweis: Sie sollten die Spannungsquelle ohne Strommesser mit dem Verbraucher R (Schiebewiderstand) so belasten, dass $U_{KL} = \frac{1}{2}U_0$ wird. In diesem Fall gilt: $R_i = R$.

- Erbringen Sie dafür den Nachweis.
- Bestimmen Sie die maximale Leistung der Batterie, auf Grundlage folgender Beziehung:

$$P_{max} = \frac{\frac{1}{4}U_0^2}{R_i}$$

Aufgabe 4: Überprüfung der Messbereichserweiterung**a) Spannungsmessbereich**

Sie haben ein Vielfachmessinstrument an der stabilisierten Spannungsquelle angeschlossen und eine Ausgangsspannung von $U=5\text{ V}$ eingestellt. Danach haben Sie den Widerstand $R=100\text{ k}\Omega$ bei unveränderter Einstellung in Reihe mit dem Vielfachmessgerät geschaltet.

- Welche Schlussfolgerungen ergeben sich aus der Änderung der Spannungsanzeige auf den Innenwiderstand des Messgerätes im eingestellten Messbereich?

b) Parallelschaltung:

Sie haben das Vielfachmessinstrument zur Strommessung mit dem Schiebewiderstand R in Reihe geschaltet und haben an dem stabilisierten Netzgerät eine Spannung $U=5\text{ V}$ und mit dem Schiebewiderstand R einen Strom $I=0,5\text{ A}$ eingestellt. Sie haben dann den Spannungsabfall über dem Strommesser mit einem **zweiten** Vielfachmessgerät gemessen und den Innenwiderstand R_i des verwendeten Strommessbereiches bestimmt.

- Wie groß muss der Shunt R_S gewählt werden, um den verwendeten Messbereich zu verdoppeln?
- Diskutieren Sie die Messergebnisse bezüglich der Gleichungen (10) und (11).

3. Ergänzung**Technische Kennwerte Vielfachmessinstrument MA 1H (Herstellerangaben)**

Messbereiche Spannung / V	$R_i - /k\Omega$	$R_i \sim /k\Omega$
0,15	3,15	-
0,5	10	-
1,5	31,5	6,5
5	100	20
15	315	65
50	1000	200
150	3150	650
500	10000	2000
1000	20000	-

Messbereich Strom / mA	$U_A - /V$	$U_A \sim /V$
0,050	0,158	-
0,5	1,15	1,0
5	1,25	1,25
50	1,25	1,25
500	1,3	1,3
5000	1,3	1,3