

In diesem Versuch werden Röntgenspektren einer Molybdänanode nach der Bragg'schen Drehkristall-Methode mit einem Zählrohr-Goniometer und einem NaCl- und zwei unbekannte Drehkristallen aufgenommen und untersucht. Weiterhin werden die Abhängigkeiten der charakteristischen Röntgenstrahlung auf den Emissionsstrom I_{em} untersucht, die Grenzwellenlänge λ_{min} des Bremsstrahlungskontinuums in Abhängigkeit von der Hochspannung U der Mo-Röntgenröhre und daraus das Planck'sche Wirkungsquantum bestimmt.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Bremsstrahlung und charakteristische Strahlung

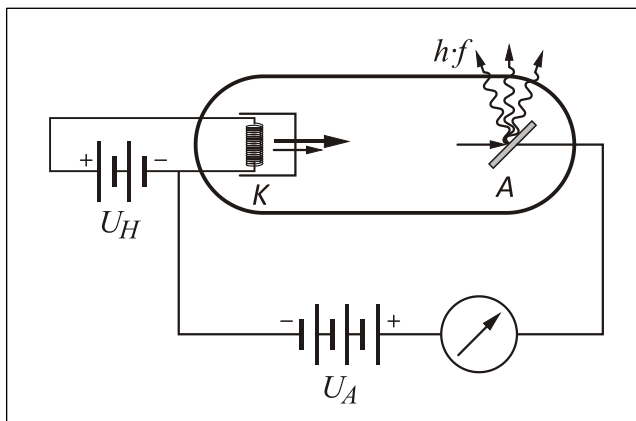


Bild 1: Aufbau einer Röntgenröhre (K : Kathode, A : Anode, U_H : Heizspannung, U_A : Beschleunigungsspannung)

Röntgenstrahlung entsteht beim Beschuss fester Materie mit schnellen Elektronen. (**Bild 1**). Von einer Glühkathode treten Elektronen aus, die durch eine Hochspannung U_A auf eine massive Anode beschleunigt werden. Die Elektronen geben durch Wechselwirkung mit den Atomkernen und mit Elektronen der Anode (*kernnahe Schalen*) ihre kinetische Energie ganz oder teilweise ab. Dieser Anteil der Röntgenstrahlung wird als **Bremsstrahlung** bezeichnet.

Ein Röntgenquant **maximaler Frequenz** entsteht, wenn ein Elektron bei einem einzigen Stoß seine gesamte kinetische Energie verliert. Die Bremsstrahlung besitzt folglich eine obere Grenzfrequenz f_g , die gegeben ist durch die Spannung U_A , mit der die Elektronen beschleunigt wurden:

$$E_{kin, Elektron} = E_{Röntgen, max}$$

$$e \cdot U_A = h \cdot f_g \quad \text{(Duane-Huntsches-Gesetz)} \quad (1)$$

Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s}$

Plancksches Wirkungsquantum $h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ W} \cdot \text{s}^2$

Einige der schnellen Elektronen lösen in der abbremsenden Materie aus inneren Schalen der Atomhüllen Elektronen aus. Die dabei entstehenden „Löcher“ werden von Elektronen aus äußeren Schalen unter Emission von Photonen wieder aufgefüllt. Wegen der diskreten Energien, die bei diesem Prozess auftreten, ist dem Bremspektrum ein **Linienpektrum** überlagert. Da die Wellenlängen der Linien charakteristisch für das abbremsende Material sind, wird dieser Anteil der Röntgenstrahlung als **charakteristische Strahlung** bezeichnet.

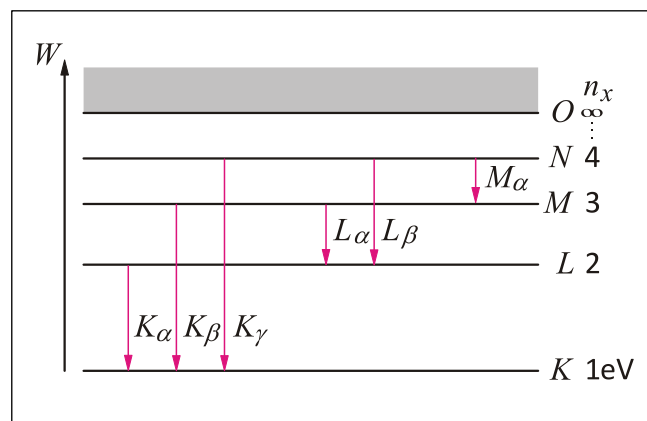


Bild 2: Schematische Darstellung und Bezeichnung der Röntgenübergänge in einem Atom

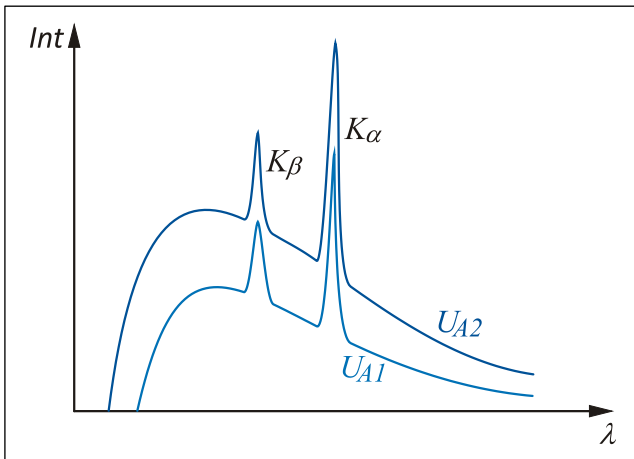


Bild 3: Schematische Darstellung des Emissionsspektrums einer Röntgenröhre

Bild 2 zeigt schematisch die Energieniveaus der inneren Elektronen eines schweren Atoms, die möglichen Röntgenübergänge des charakteristischen Spektrums sowie die Bezeichnung der auftretenden Linien. Tatsächlich sind die Verhältnisse etwas komplizierter als in **Bild 2** dargestellt. Da nach dem Entfernen eines Elektrons aus einer inneren Schale die restlichen Elektronen der Schale in verschiedenen Energiezuständen zurückbleiben können, zeigen die eingezeichneten Energieniveaus noch eine Feinstruktur. Eine Ausnahme bildet lediglich die *K-Schale*, in der nur ein Elektron zurückbleibt. Entsprechend weisen auch die Röntgenlinien eine Feinstruktur auf, die mit dem hier benutzten experimentellen Aufbau allerdings nicht aufgelöst werden kann.

Beim charakteristischen Spektrum sind die Wellenlängen der Röntgenlinien unabhängig von der Beschleunigungsspannung, der die Elektronen ausgesetzt sind. Anderes gilt beim Bremsspektrum: mit wachsender Anodenspannung U_A verschiebt sich sowohl die kurzwellige Grenze als auch das Strahlungsmaximum des Bremsspektrums zu kürzeren Wellenlängen. Gleichzeitig nimmt die Intensität des Bremsspektrums zu.

Nach Gleichung (1) ist die kürzeste Wellenlänge des Bremsspektrums

$$\lambda_g = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A} \quad \text{Lichtgeschwindigkeit } c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2)$$

1.2 Die Bragg-Bedingung

Um die Intensität der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von ihrer Wellenlänge untersuchen zu können, ist ein Wellenlängenfilter erforderlich. Hierzu eignet sich die Beugung an einem Gitter.

Damit Beugungserscheinungen auftreten, muss die beugende Öffnung etwa die Größenordnung der Wellenlänge haben. Optische Gitter sind deshalb für Beugungsexperimente mit Elektronen ungeeignet. Man verwendet stattdessen Kristalle als beugende Objekte.

Ein Kristall setzt sich zusammen aus Atomen, die räumlich periodisch als Gitter angeordnet sind. Der Abstand zwischen den Gitterpunkten liegt in der Größenordnung 10^{-10} m.

Durch die Gitterpunkte lassen sich in verschiedenen Richtungen untereinander parallele Ebenenscharen legen. Diese werden als Netzebenen des Kristalls bezeichnet (**Bild 4**).

Trifft eine Welle auf einen Kristall, so wirkt jeder Gitterpunkt nach dem Huygensschen Prinzip als Erregungszentrum einer neuen Elementarwelle. Durch Konstruktion der Elementarwellen zeigt man, dass jede einzelne Netzebene als teildurchlässiger „Spiegel“ betrachtet werden kann. Für die Richtungen

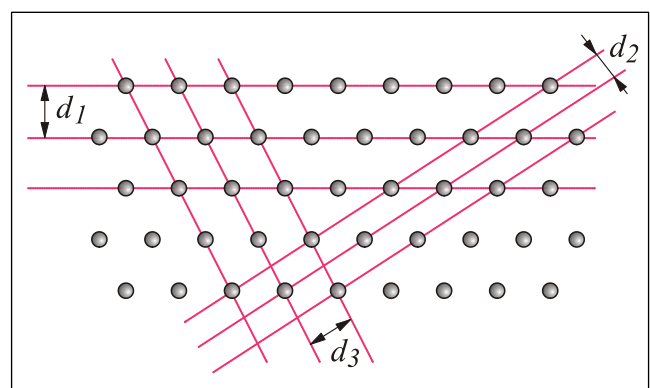


Bild 4: Netzebenen in einem Kristallgitter

der ein- und auslaufenden Welle gilt das aus der Optik bekannte Reflexionsgesetz. Bei der Betrachtung der insgesamt in eine bestimmte Richtung reflektierten Intensität muss die Interferenz der an verschiedenen „tiefen“ Ebenen reflektierten Teilwellen berücksichtigt werden.

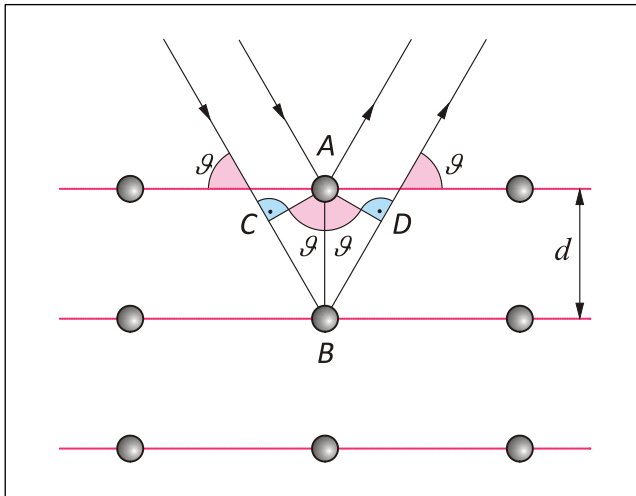


Bild 5: Zur Bragg-Bedingung

Sie interferieren konstruktiv, falls der Gangunterschied zweier benachbarter Strahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist (**Bild 5**):

$$\overline{AB} + \overline{BD} = n \cdot \lambda$$

und damit

$$2d \cdot \sin \vartheta = n \cdot \lambda \tag{3}$$

Nur für Winkel, für die die Bragg-Bedingung (3) erfüllt ist, tritt Reflexion auf. Diese Winkel heißen **Glanzwinkel**.

1.3 Röntgenspektrometer

Röntgenspektrometer beruhen auf der Bragg-Reflexion der Röntgenstrahlung an einem Kristall mit bekanntem Netzebenenabstand. Aus der Bragg-Bedingung (3) kann dann die Wellenlänge bestimmt werden.

Bild 6 zeigt den Prinzipaufbau eines Röntgenspektrometers. Bei feststehender Röntgenquelle wird ein Einkristall um den Winkel ϑ um seine Achse gedreht. Ein Zählrohr als Detektor bewegt sich auf einem Kreis um diesen Kristall. Durch eine geeignete Mechanik wird sichergestellt, dass bei einer Drehung des Kristalls um den Winkel ϑ sich der Arm, an dem das Zählrohr angebracht ist, um den Winkel 2ϑ bewegt und somit immer der reflektierte Strahl detektiert wird.

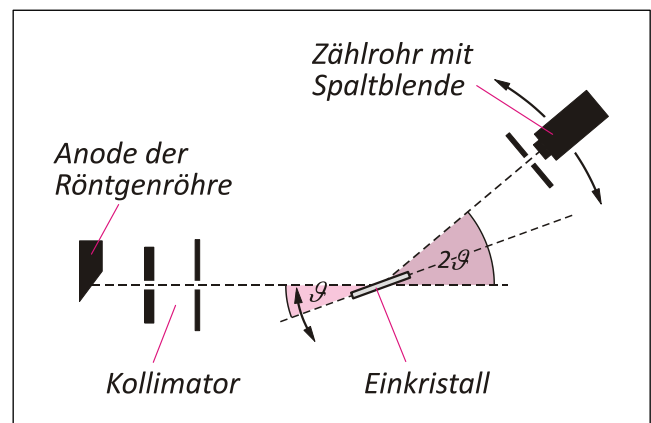


Bild 6: Prinzip eines Röntgenspektrometers

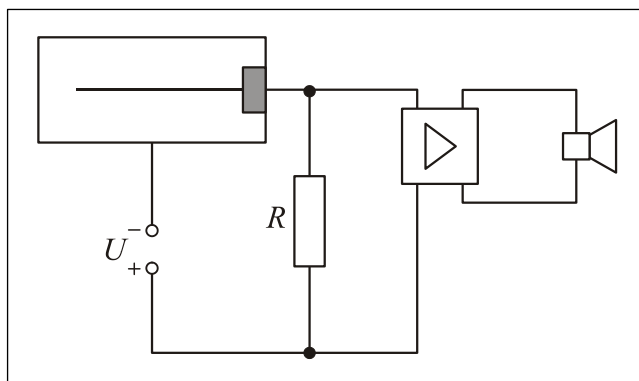


Bild 7: Schaltung Geiger-Müller-Zählrohr

1.4 Nachweis ionisierender Strahlung

Als empfindliches Nachweisgerät wird das **Geiger-Müller-Zählrohr** verwendet. Mit ihm ist der Nachweis einzelner ionisierender Teilchen bzw. Strahlung möglich.

Es besteht aus einem Metallzylinder, in dem isoliert ein dünner Draht gespannt ist. Zwischen den Draht und das Gehäuse wird eine Spannung von einigen hundert bis tausend Volt gelegt, so dass der Draht positiv gegenüber dem Gehäuse ist. Das Zählrohr

ist mit einem Gas (*Halogen*) von etwa 100 mbar Druck gefüllt. An einem Ende des Rohres befindet sich ein sehr dünnes Fenster, durch das die Strahlung eintreten kann.

Durch eindringende Strahlung werden wie bei der Ionisationskammer einige Gasatome ionisiert. Wegen der großen Feldstärke in Drahtnähe tritt jedoch Stoßionisation auf. Durch diese Verstärkung, die je nach Zählrohrspannung einige Zehnerpotenzen beträgt, entsteht ein Stromstoß durch den hochohmigen Widerstand R . Der Spannungsabfall an R kann über eine geeignete Elektronik registriert werden. Wegen der gleichzeitigen Verminderung der Zählrohrspannung reicht die Feldstärke in Drahtnähe für weitere Stoßionisation nicht mehr aus, und die gezündete Gasentladung verlöscht wieder.

Während der Entladung spricht das Zählrohr auf weitere ionisierende Teilchen nicht an. Diese **Totzeit des Zählers** kann verringert werden, indem man dem Füllgas eine geringe Menge Dampf mehratomiger Moleküle (z.B. *Alkohol*) zugibt.

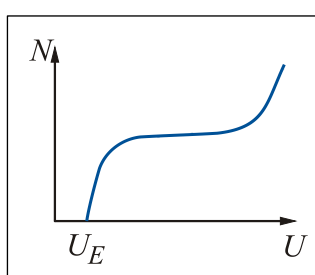


Bild 8: Kennlinie eines Zählrohres

Bei gegebener Intensität der ionisierenden Spannung hängt die mit dem Zählrohr gemessene Zählrate von der Betriebsspannung ab. **Bild 8** zeigt den charakteristischen Verlauf dieser Kennlinie eines Zählrohres. Unterhalb der Einsatzspannung U_E kann keine Entladung ausgelöst werden. Sobald die Betriebsspannung U_E übersteigt, wächst die Zählrate annähernd linear zur Spannung an. Im sich anschließenden Plateaubereich ist die Zählrate unabhängig von der Spannung, da jedes einfallende Teilchen eine Ionenlawine auslöst. In diesem Bereich wird das Zählrohr üblicherweise betrieben. Bei weiterer Erhöhung der Spannung zündet eine selbständige Gasentladung, die das Zählrohr zerstört.

2. Versuch

2.1 Vorbetrachtung

Aufgabe: Bei Untersuchungen einer Mo-Röntgenröhre wird an einem NaCl-Einkristall durch eine Bragg-Reflexion ein Röntgenspektrum aufgenommen.

Bestimmen Sie aus den Glanzwinkeln K_α und K_β unterschiedlicher Ordnungen die Wellenlängen λ .
(1. Ord.: $K_\alpha=7,2^\circ$, $K_\beta=6,4^\circ$; 2. Ord.: $K_\alpha=14,6^\circ$, $K_\beta=12,9^\circ$; 3. Ord.: $K_\alpha=22,2^\circ$, $K_\beta=19,6^\circ$)

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Verwendete Geräte

Schülerröntgengerät mit Mo-Röntgenröhre, Fensterzählrohr für Röntgenstrahlung, Notebook mit Drucker, NaCl-, LiF- und KCl-Drehkristalle (*Siehe Tab.1*).

2.2.2 Versuchshinweise

Aufgabe 1: Aufnahme und Untersuchung eines Röntgenstrahlspektrums einer Molybdänanode nach der Bragg'schen Drehkristall-Methode mit einem Zählrohr-Goniometer und drei unterschiedlichen Drehkristallen

- Machen Sie sich zunächst mit der Bedienungsanleitung des Röntgengerätes vertraut.
- Schalten Sie das Notebook mit dem Drucker ein und rufen Sie das Röntgenprogramm auf.

- Überprüfen Sie den Filterwechsler ob die **Position 1 (Leer)** eingestellt bzw. ob der **NaCl-Kristall** ordnungsgemäß in die Targethalterung montiert wurde.
- Schließen Sie die Tür zum Experimentierraum (*Röntgengerät*). Schalten Sie das Röntgengerät ein und nehmen Sie folgende Einstellungen am Bedienfeld des Röntgengerätes vor.

Einstellungen:

Anodenspannung: $U_A=35\text{ kV}$ Emissionsstrom: $I_{em}=1\text{ mA}$
 Messzeit pro Schrittweite: $\Delta t=2\text{ s}$ Winkelschrittweite: $\Delta\beta=0,1^\circ$
 Startwinkel: $\beta_{min}=3^\circ$ Endwinkel: $\beta_{max}=30^\circ$
 Filterblende: **Stufe 1 (Leerstelle)**

- Betätigen Sie den Taster **COUPLED** (*Bragg-Einstellung*), den Taster **ZERO** (*Nullpunkteinstellung*) und den Taster **SCAN ON/OFF** (*automatischer Start der Messung*).
- Die Messung stoppt automatisch. Drucken Sie das Diagramm der Funktion $R = f(\beta)$ mit Hilfe des Auswertungsprogramms aus (*Zählrate $N = R$*) und (*Verstellwinkel $\vartheta = \beta$*).
- Öffnen Sie die die Tür zum Experimentierraum (*Röntgengerät*), wechseln Sie vorsichtig den NaCl-Einkristall mit einem der anderen Kristalle und schließen Sie sorgfältig die Tür wieder.

Hinweise:

*NaCl-, LiF- bzw. KCl-Kristalle sind hygroskopisch und zerbrechlich!
 Daher sollten die Kristalle trocken gelagert werden.
 Mechanische Belastungen auf die Kristalle sind zu vermeiden.
 Bitte nur an Kristallträger bzw. nur die Stirnseiten des Kristalls anfassen.*

- Wiederholen Sie die Messungen für den **LiF-Einkristall** (*nur hier Endwinkel $\beta_{max}=40^\circ$ berücksichtigen*) und den **KCl-Einkristall**. Vor Beginn jeder neuen Messung gehen Sie im Messprogramm auf das erste Funktionsfeld „**Neue Messung erstellen**“.

Aufgabe 2: Untersuchung der Abhängigkeiten der charakteristischen Röntgenstrahlung vom Emissionsstrom I_{em}

- Bauen Sie den NaCl-Einkristall wieder ein und nehmen Sie folgende Einstellungen am Bedienfeld des Röntgengerätes vor.
- Variieren Sie den Emissionsstrom $I_{em}=(0,2 \dots 1,0)\text{ mA}$ in einer Schrittweite von **0,2 mA**.

Einstellungen:

Anodenspannung: $U_A=35\text{ kV}$ Emissionsstrom: $I_{em}=0,2\dots1\text{ mA}$
 Messzeit pro Schrittweite: $\Delta t=2\text{ s}$ Winkelschrittweite: $\Delta\beta=0,1^\circ$
 Startwinkel: $\beta_{min}=2,5^\circ$ Endwinkel: $\beta_{max}=10^\circ$
 Filterblende: **Stufe 1 (Leerstelle)**

- Betätigen Sie den Taster **COUPLED** (*Bragg-Einstellung*), den Taster **ZERO** (*Nullpunkteinstellung*) und den Taster **SCAN ON/OFF** (*automatischer Start der Messung*).
- Die Messung stoppt automatisch. Stellen Sie den nächsten Wert des Emissionsstromes ein und starten Sie die Messung erneut.
- Wenn alle Werte aufgenommen wurden, drucken Sie das Diagramm der Funktion $R = f(\beta)$ mit Hilfe des Auswertungsprogramms aus (*Zählrate $N = R$*) und (*Verstellwinkel $\vartheta = \beta$*).

Aufgabe 3: Bestimmung der Grenzwellenlänge λ_{min} des Bremsstrahlungskontinuums in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_A der Mo-Röntgenröhre. Bestätigung des Duane-Huntschen Verschiebungsgesetzes und Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums h

- Nehmen Sie folgende Einstellungen am Bedienfeld des Röntgengerätes vor.
- Variieren Sie den Anodenspannung $U_A=(20 \dots 35) \text{ kV}$ in einer Schrittweite von $2,5 \text{ kV}$.

Einstellungen:

Anodenspannung: $U_A=20\dots35 \text{ kV}$ Emissionsstrom: $I_{em}=1 \text{ mA}$
 Messzeit pro Schrittweite: $\Delta t=2 \text{ s}$ Winkelschrittweite: $\Delta\beta=0,1^\circ$
 Startwinkel: $\beta_{min}=2,5^\circ$ Endwinkel: $\beta_{max}=7,0^\circ$
 Filterblende: **Stufe 1 (Leerstelle)**

- Betätigen Sie den Taster **COUPLED** (Bragg-Einstellung), den Taster **ZERO** (Nullpunkteinstellung) und den Taster **SCAN ON/OFF** (automatischer Start der Messung).
- Die Messung stoppt automatisch. Stellen Sie den nächsten Wert der Anodenspannung ein und starten Sie die Messung erneut.
- Wenn alle Werte aufgenommen wurden, drucken Sie das Diagramm der Funktion $R = f(\beta)$ mit Hilfe des Auswertungsprogramms aus. (Zählrate $N = R$) und (Verstellwinkel $\vartheta = \beta$).

2.3 Versuchsauswertung

Aufgabe 1: Aufnahme und Untersuchung eines Röntgenstrahlspektrums einer Molybdänanode nach der Bragg'schen Drehkristall-Methode mit einem Zählrohr-Goniometer und drei unterschiedlichen Drehkristallen

- Tragen Sie in die ausgedruckten Diagramme $R = f(\beta)$ an die charakteristischen Röntgenstrahlungsspitzen K_α und K_β die genauen Glanzwinkel ϑ aller sichtbaren Ordnungen ein.
- Berechnen Sie aus den Glanzwinkeln aller drei Einkristalle die Wellenlängen λ der Ordnungen eins bis drei.
- Vergleichen Sie alle Wellenlängen mit einander und diskutieren Sie die Ergebnisse.
- Bestimmen Sie die Glanzwinkeldifferenzen $\Delta\vartheta$ zwischen den charakteristischen Röntgenstrahlungsspitzen K_α und K_β aller Ordnungen und vergleichen Sie diese mit den theoretisch möglichen Werten.

Aufgabe 2: Untersuchung der Abhängigkeiten der charakteristischen Röntgenstrahlung vom Emissionsstrom I_{em}

- Überprüfen Sie im ausgedruckten Diagramm $R = f(\beta)$ (Emissionsstrom als Parameter), ob die Glanzwinkel ϑ der charakteristischen Röntgenstrahlungsspitzen K_α und K_β übereinander liegen bzw. ob es Streuwerte gibt.
- Diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 3: Bestimmung der Grenzwellenlänge λ_{min} des Bremsstrahlungskontinuums in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_A der Mo-Röntgenröhre. Bestätigung des Duane-Huntschen Verschiebungsgesetzes und Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums h

Das Bremsspektrum setzt theoretisch bei einem scharfen Wert ϑ_{min} ein, dies wird bei der Messung durch apparative Effekte überdeckt. Daher muss die kurzwellige Grenze durch Extrapolation aus der Flanke des aufgezeichneten Spektrums entsprechend **Bild 9** gefunden werden (**keine Tangente** sondern den Kurvenverlauf nachempfinden!)

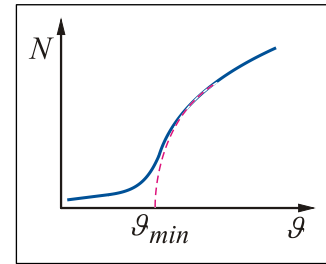


Bild 9: Hinweis zur Extrapolation

- Bestimmen Sie mit Hilfe des ausgedruckten Diagrammes $R = f(\beta)$ (Anodenspannung als Parameter), durch Extrapolation an den einzelnen Flanken die minimalen Glanzwinkel ϑ_{min} .
- Berechnen Sie die einsprechenden Grenzwellenlängen λ_{min} des Bremsstrahlungskontinuums.
- Weisen Sie das Duane-Hunt Verschiebungsgesetz nach, in dem Sie die Funktion $\lambda_{min} = f(U_A^{-1})$ einem Diagramm graphisch darstellen. Zeichnen Sie in das Diagramm zum Vergleich die Funktion $\lambda_g = f(U_A^{-1})$ der theoretisch ermittelten Grenzwellenlängen λ_g mit ein.
- Bestimmen Sie die Anstiege für beide Funktionen und berechnen Sie daraus das Plancksche Wirkungsquantum h .
- Vergleichen und diskutieren Sie das Ergebnis.

3. Ergänzung

3.1 Bragg-Messverfahren

Nach einer zuerst von *H. W.* und *W. L. Bragg* im Jahr 1913 vorgenommenen Betrachtung kann die regelmäßige Anordnung von Atomen bzw. Ionen in einem Kristall so interpretiert werden, dass die Gitterbausteine auf parallel zueinander verlaufenden Netzebenen angeordnet sind. Treffen parallele Röntgenstrahlen auf einen solchen Kristall und setzt man voraus, dass diese Wellennatur besitzen, dann wirkt jeder in einer Netzebene liegende Gitterbaustein als Streuzentrum und emittiert eine Kugelwelle. Nach *Huygens* überlagern sich die Kugelwellen zu einer „reflektierten“ Wellenfront. Dabei bleibt die Wellenlänge λ gegenüber der „einfallenden“ Wellenfront unverändert, und die senkrecht zu den beiden Wellenfronten verlaufenden Strahlrichtungen erfüllen die Bedingung „Einfallswinkel = Ausfallswinkel“.

3.2 Duane-Hunt Verschiebungsgesetz

Das Bremsstrahlungskontinuum im Emissionsspektrum der Röntgenröhre ist durch die Grenzwellenlänge λ_{min} charakterisiert, die mit zunehmender Hochspannung U_A kleiner wird.

1915 stellten die amerikanischen Physiker *William Duane* und *Franklin L. Hunt* eine umgekehrte Proportionalität zwischen der Grenzwellenlänge und der Röhren-Hochspannung fest.

$$\lambda_{min} \sim \frac{1}{U_A} \quad (4)$$

Zur Erklärung dieses Duane-Huntschen Verschiebungsgesetzes genügen einfache quantenmechanische Überlegungen. Da die Wellenlänge λ und die Frequenz f für jede elektromagnetische Strahlung in der Form

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (5)$$

verknüpft sind, entspricht der minimalen Wellenlänge λ_{min} eine Grenzfrequenz f_g bzw. eine maximale Röntgenenergie.

$$E_{Röntgen,max} = h \cdot f_g \quad (6)$$

der emittierten Röntgenquanten. Maximale Energie erhält ein Röntgenquant aber gerade dann, wenn es die gesamte kinetische Energie

$$E_{kin,Elektron} = e \cdot U_A \quad (7)$$

eines in der Anode abgebremsten Elektrons übernimmt. Daher folgt

$$f_g = \frac{e}{h} \cdot U_A \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_A} \quad (8)$$

3.3 Kristallübersicht

Bezeichnung	Formel	Kristallgitter	Gitterkonstante Å	Netzebenenabstand 2d pm	Orientierung
Natriumchlorid	NaCl	kubisch	5,64	564	[100]
Natriumfluorid	NaF	kubisch	4,62	462	[100]
Lithiumfluorid	LiF	kubisch	4,02	402	[100]
Kaliumbromid	KBr	kubisch	6,60	660	[100]
Kaliumchlorid	KCl	kubisch	6,29	629	[100]
Kaliumjodid	KJ	kubisch	7,06	706	[100]
Rubidiumbromid	RbBr	kubisch	6,85	685	[100]
Rubidiumchlorid	RbCl	kubisch	6,58	658	[100]
Rubidiumjodid	RbJ	kubisch	7,32	732	[100]

Tab. 1: Gitterkonstanten bzw. Netzebenenabstände für ausgewählte Einkristalle